



Use the least squares method Reliability analysis of the triple modular redundancy system under step-partially accelerated life tests using Frechet Distribution

Abbas Lafta Kneehr^{*a} & Hossam Kamel Issa^b

a. Wasit University / College of Administration and Economics.

b. Wasit University/ College of Administration and Economics.

Abstract

In this study, the reliability of the modular redundancy (TMR) system in the presence of partially accelerated life tests (PALT) was analyzed and estimated by using the Frechete distribution.

Some mathematical properties of the distribution of a system were derived, such as the probability density function (PDF), the cumulative distribution function (CDF), the reliability of the system, the model description of the system, the risk function, and the average remaining life.

The least squares method was utilized to estimate the system distribution parameters (TMR). A simulation study was conducted, where (Five) sample sizes were taken, to determine the efficiency of the least squares method. One of the most important conclusions was showed the efficiency of the least squares method in the estimating of the parameters for the distribution system.

Information

Received: 1/3/2024

Revised: 20/3/2024

Accepted: 1/4/2024

Published: 6/7/2024

استعمال طريقة المربعات الصغرى لتحليل معولية النظام الاحتياطي المعياري الثلاثي في ظل اختبارات الحياة التدريجية المتسارعة جزئياً باستعمال توزيع فريشت

عباس لفته كنهير^{*a} و حسام كامل عيسى^b

a. جامعة واسط / كلية الادارة والاقتصاد.

b. جامعة واسط / كلية الادارة والاقتصاد.

المستخلص

في هذا الدراسة تم تحليل وتقدير معولية النظام الاحتياطي المعياري الثلاثي (TMR) في ظل وجود اختبارات الحياة المتسارعة جزئياً (PALT) باستعمال توزيع فريشت. أذ تم اشتقاق بعض الخصائص الرياضية لتوزيع النظام كدالة الكثافة الاحتمالية (PDF)، الدالة التجميعية (CDF)، معولية النظام، وصف نموذج النظام، دالة المخاطرة و متوسط العمر المتبقي. معلمات توزيع النظام تم تقديرها باستعمال طريقة المربعات الصغرى لبيان مدى كفاءة طريقة التقدير. تم اجراء دراسة محاكاة إذ تم أخذ (5) أحجام من العينات وخمسة مجاميع من القيم المقترضة لمعاليم التوزيع. لمعرفة كفاءة طريقة المربعات الصغرى. من اهم الاستنتاجات اظهرت كفاءة طريقة المربعات الصغرى في تقدير معلمات النظام التوزيع.

المقدمة

(redundancy)، والذي يعد تقنية قوية تعمل على تقليل الأخطاء والفسل الذي يحدث في النظام لكونه يعمل على زيادة معولية الأنظمة إذ تتكون هذه الانظمة من ثلاث مكونات، وتعرض هذه المكونات الى ضغط جميعها أعلى من الضغط التي تواجه في الظروف العادية. وتتكون النظام من ثلاثة وحدات في حالة الاستعداد اي في حالة تعرض احدى المكونات الى الفسل والتوقف عن العمل لا يؤثر ذلك

في العقود الاخيرة زادت المنافسة بين منظمات الاعمال لتحقيق أعلى قدر ممكن من الارباح من خلال التركيز على الجودة العالية، والسرعة في تلبية احتياجات الزبائن، ومن اجل تحقيق هذا الهدف تسعى المنظمات جاهدة إلى تحسين المعولية من خلال التحكم في معدل الفسل في الاجهزة والمكائن مما يؤدي الى زيادة في الانتاج. لذا تم استخدام النظام الاحتياطي المعياري الثلاثي (Triple Modular

* Corresponding author : E-mail addresses: alafta@uowasit.edu.iq.

اجراء دراسة محاكاة مونت كارلو لمعرفة الطريقة الافضل، ظهرت النتائج تفوق طريقة الامكان الاعظم بتقدير معلمات النموذج .
مشكلة البحث

عدم الحصول على بيانات أو معلومات حول معولية الأنظمة وفترات توقفها واشتغالها تؤدي ذلك الى زيادة حالات الفشل او يؤدي الى توقف النظام بشكل مفاجئ خاصة في اجهزة دعم المريض والاجهزة الكهربائية .

هدف البحث

يهدف البحث الى اشتقاق بعض الخصائص الرياضية لمعولية النظام التكرار المعياري الثلاثي في ظل اختبارات الحياة المتسارعة تدريجياً كما يهدف البحث الى تقدير معالم توزيع النظام باستعمال طريقة المربعات الصغرى، وكذلك يهدف البحث الى تقدير معولية النظام ومتوسط العمر المتبقي ودالة المخاطرة.

توزيع فريشت [4][5]

هو احد التوزيعات الاحتمالية المستمرة وأكثر التوزيع اسم من اسم عالم الرياضيات الفرنسي موريس رينه فريشت (1878-1873). كذلك تم تطويره في العشرينات هو يمثل مقلوب توزيع وييل ويكون احد لتوزيعات الاكثر استعمالا في نمذجة وتحليل البيانات والتكنولوجيا والتصوير التشخيصي والاحصاءات التطبيقية.

دالة الكثافة الاحتمالية (P.d.f) لتوزيع فريشت بمعلمة قياس θ ، ومعلمة شكل α

$$f(t; \theta, \alpha) = \frac{\alpha}{t} \left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha} e^{-\left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha}} \quad \dots (1)$$

: $\theta > 0, \alpha > 0, t > 0$ اذا ان :

دالة التوزيع التراكمية (c.d.f) لتوزيع فريشت

$$F(t) = e^{-\left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha}} \quad \dots (2)$$

: $\theta > 0, \alpha > 0, t > 0$ اذا ان :

دالة المعولية $R(t)$ لتوزيع فريشت

$$R(t) = 1 - e^{-\left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha}} \quad \dots (3)$$

ودالة المخاطرة $h(t)$ لتوزيع فريشت

$$h(t) = \frac{\frac{\alpha}{t} \left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha} e^{-\left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha}}}{1 - e^{-\left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha}}} \quad \dots (4)$$

يعد من اكثر النماذج المعولية استخداماً في المجالات الهندسية. ويعد حاله خاصه من التكرار المتوازي عندما تنجح K من المركبات على الاقل من مجموع المركبات الاخرى.

$$R_k - \text{out} - \text{of} - N(t) = \sum_{k=i}^n \binom{n}{i} [R(t)]^i [1 - R(t)]^{n-i} \quad \dots (5)$$

النظام باستمراريه لذا يجب ان تكون مركبتين تعمل من ثلاث مركبات لكي يستمر النظام بالعمل.

6- معولية نظام الاحتياطي المعياري الثلاثي [7][10]

تتكون معولية النظام من مجموعة من المركبات مكونه من ثلاث مركبات A_1, A_2, A_3 وربطها في نظام TMR لكي يعمل

$$R_{TMR} = R_{A1(t)}R_{A2}(1 - R_{A3(t)}) + R_{A1(t)}R_{A3}(1 - R_{A2(t)}) + R_{A3(t)}R_{A2}(1 - R_{A1(t)}) + R_{A1(t)}R_{A2(t)}R_{A3(t)}$$

$$R_{Ai(t)} = R(t) \quad i = 1,2,3$$

$$R_{TMR(t)} = 3R^2(t) - 2R^3(t) \quad \dots (6)$$

المعادلة (6) يتم الحصول عليها بتعويض $K=2, n=3$ في معادله في (5). الخصائص الاحصائية لأي توزيع تفترض بعض العلاقات التراكبسية لـذا يعبر عنها وفقاً للاتسي:

$$F(t) = 1 - R(t)$$

وبالتطبيق على معادلة (6) نحصل على الاتي

$$F_{TMR}(t) = 2R^3(t) - 3R^2(t) + 1 \quad \dots(7)$$

$$f_{TMR}(t) = 6f(t)[1 - R(t)]R(t) \quad \dots(8)$$

بتعويض معادله رقم (3) في معادله رقم (7) نحصل على الاتي

$$F_{TMR}(t) = 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \quad \dots(9)$$

وبتعويض معادله رقم (1) ومعادله رقم (3) في معادله رقم (8) نحصل على الاتي

$$f_{TMR}(t) = 6 \frac{\alpha}{t} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \left[e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right] \quad \dots(10)$$

بتعويض معادله رقم (2) في معادله رقم (6) نحصل على الاتي

$$R_{TMR}(t) = 1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \quad \dots(11)$$

بتقسيم معادله رقم (10) على معادله رقم (11) نحصل على دالة المخاطرة الآتية:-

$$h_{TMR}(t) = \frac{6 \frac{\alpha}{t} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \left[e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]}{1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha}} \quad \dots(12)$$

7- الاختبارات التدريجية المتسارعة

الزمنية للمتغير (η) يرتفع الضغط بشكل مباشر ويستمر بالثبات , والذي يعبر عنه رياضياً يضرب $h_{TMR}(t)$ بعامل غير محدد ($\beta > 1$) والتي يمكن يعبر عن الضغط ب (η) وبعد ذلك فرضنا الدالة $h^*(t)$.

في هذا النظام سوف يتم استخدام تقنيتين لرفع الضغط التدريجي، ويسمى احدهما بالمتغير العشوائي المتحكم [2] والآخر يسمى معدل الفشل المتحكم (TFR) [3] , وبمجرد الوصول الى نقطه

$$h^*(t) = \begin{cases} h_{TMR}(t) & 0 < t \leq \eta \\ \beta h_{TMR}(t) & \eta < t < \infty, (\beta > 1) \end{cases} \quad \dots(13)$$

من خلال معادلة رقم (13) نحصل على المعادلات الآتية :-

$$*_R(t) = \begin{cases} R_1(t) = e^{-\int_0^t h_{TMR}(u) du} & 0 < t \leq \eta \\ R_2(t) = e^{-\int_0^\eta h_{TMR}(u) du - \int_\eta^t \beta h_{TMR}(u) du} & \eta < t < \infty \end{cases} \quad \dots(14)$$

$$R_2(t) = [R_{TMR}(t)]^\beta [R_{TMR}(\eta)]^{1-\beta} \quad \dots(15)$$

$$R_2(t) = \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]^\beta \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right]^{1-\beta} \quad \dots(16)$$

$$R^*(t) = \begin{cases} R_1(t) = \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right] & 0 < t \leq \eta \\ R_2(t) = \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]^\beta \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right]^{1-\beta} & \eta < t < \infty \end{cases} \quad \dots(17)$$

$$F^*(t) = \begin{cases} F_1(t) = 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} & 0 < t \leq \eta \\ F_2(t) = 1 - \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]^\beta \left[1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right]^{1-\beta} & \eta < t < \infty \end{cases} \quad \dots(18)$$

$$19f^*(t) = \begin{cases} f_1(t) = 6 \frac{\alpha}{t} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \left[e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right] & 0 < t \leq \eta \\ f_2(t) = 6 \frac{\alpha}{t} \beta \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \left[e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right] \left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]^{\beta-1} & \dots \\ \left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right]^{1-\beta} & \eta < t < \infty \end{cases} \dots(19)$$

$$h^*(t) = \begin{cases} h_1(t) = \frac{6 \frac{\alpha}{t} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \left[e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]}{1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha}} & 0 < t \leq \eta \\ h_2(t) = \frac{6 \frac{\alpha}{t} \beta \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \left[e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]}{1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha}} & \eta < t < \infty \end{cases} \dots(20)$$

8- متوسط العمر المتبقي [1][9]

حسابه على انه متوسط العمر المتبقي لجميع الوحدات الباقية بالاستمرار بالعمل في الوقت المحدد.

هو مفهوم احصائي يمثل متوسط العمر المتبقي للنظام او المكون بشرط استمراره بالعمل حتى نقطه معينه من الزمن ويتم

$$m_{(t_0)} = E[(T - t_0)/T > t_0]$$

$$= \frac{1}{R^*(t_0)} \int_{t_0}^{\infty} R^*(t) dt \quad \text{If } t_0 \leq \eta$$

$$m_{(t_0)} = \frac{1}{R_1(t_0)} \left[\int_{t_0}^{\eta} R_1(t) dt + \int_{\eta}^{\infty} R_2(t) dt \right] \quad \dots(21)$$

بتعويض معادلة رقم (17) في معادلة رقم (21) نحصل على معادلة رقم (22)

$$m_{(t_0)} = \frac{1}{\left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t_0}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t_0}\right)^\alpha} \right]} \left[\int_{t_0}^{\eta} \left(1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right) dt + \int_{\eta}^{\infty} \left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]^{\beta} \left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right]^{1-\beta} dt \right] \quad \dots(22)$$

If $t_0 > \eta$

$$m_{(t_0)} = \frac{1}{R_2(t_0)} \int_{t_0}^{\infty} R_2(t) dt \quad \dots(23)$$

تعويض معادلة رقم (16) في معادلة رقم (23) نحصل على معادلة رقم (24)

$$m_{(t_0)} = \frac{1}{\left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t_0}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t_0}\right)^\alpha} \right]^{\beta}} \int_{t_0}^{\infty} \left[1 - 3 e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right]^{\beta} dt \quad \dots(24)$$

المعادلات (22) و(24) لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية لذلك نستعمل الطرائق العددية لحل مثل هذه المعادلات .
تقليل مجموع مربعات الاخطاء الى اقل ما يمكن ويمكن صياغة

9- طريقة المربعات الصغرى [8]

تعد طريقة المربعات الصغرى من الطرائق الكلاسيكية المهمة والمفضلة في عملية التقدير ويتم الحصول على المقدرات عن طريق

$$s^*(t) = \sum_{i=1}^{n_1} \left(F_{1(t(i))} - \frac{i}{n+1} \right)^2 + \sum_{i=n_1+1}^n \left(F_{2(t(i))} - \frac{i}{n+1} \right)^2$$

وبتعويض دالة التوزيع التراكمي لمرحلة الضغط التدريجي على دالة المربعات الصغرى على النحو الاتي :-
 PLAT لتوزيع فريشت المعطاة في معادلة (18) ويمكن الحصول

$$s^*(t; \beta, \alpha, \theta) = \sum_{i=1}^{n_1} \left[\left(3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right) - \frac{i}{n+1} \right]^2 + \sum_{i=n_1+1}^n \left[1 - \left[\left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} \right] - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad \dots(25)$$

وبأخذ الاشتقاق الجزئي للمعادلة بالنسبة للمعلمة β ومساواتها للصفر نحصل على الاتي

$$\frac{\partial s}{\partial \beta} = 2 \sum_{n_1+1}^n \left\{ 1 - \left[\left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} \right] - \frac{i}{n+1} \right\} - \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta \ln \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} + \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} \ln \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta$$

وبأخذ الاشتقاق الجزئي للمعادلة بالنسبة للمعلمة α ومساواتها للصفر نحصل على

$$\frac{\partial s}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^{n_1} \left[\left(3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right) - \frac{i}{n+1} \right] \left(6e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \ln \left(\frac{\theta}{t}\right) - 6e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \ln \left(\frac{\theta}{t}\right) \right) + 2 \sum_{n_1+1}^n \left[1 - \left\{ \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} \right\} - \frac{i}{n+1} \right] - \beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^{\beta-1} \left(6e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \ln \left(\frac{\theta}{t}\right) - 6e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \ln \left(\frac{\theta}{t}\right) \right) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} - (1-\beta) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{-\beta} \beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^{\beta-1} \left(6e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \ln \left(\frac{\theta}{t}\right) - 6e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha \ln \left(\frac{\theta}{t}\right) \right) \quad \dots(26)$$

وبأخذ الاشتقاق الجزئي للمعادلة بالنسبة للمعلمة θ ومساواتها للصفر نحصل على

$$\frac{\partial s}{\partial \theta} = 2 \sum_{i=1}^{n_1} \left[\left(3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} - 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right) - \frac{i}{n+1} \right] \left(6e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\alpha}{t}\right) - 6e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\alpha}{t}\right) \right) + 2 \sum_{n_1+1}^n \left[1 - \left[\left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} \right] - \frac{i}{n+1} \right] - \beta \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^{\beta-1} \left(6e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\alpha}{t}\right) - 6e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{t}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\alpha}{t}\right) \right) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{1-\beta} - (1-\beta) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \right)^{-\beta} \left(6e^{-3\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{\eta}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\alpha}{\eta}\right) - 6e^{-2\left(\frac{\theta}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{\theta}{\eta}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\alpha}{\eta}\right) \right) \left(1 - 3e^{-2\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} + 2e^{-3\left(\frac{\theta}{t}\right)^\alpha} \right)^\beta \quad \dots(27)$$

٧

يمكن حل المعادلات بالطرائق التحليلية الاعتيادية لانها معادلات غير خطية ولذلك يتم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات طريقة المربعات الصغرى.

10- تجربة المحاكاة

تم اجراء دراسة المحاكاة لاختبار كفاءة طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم توزيع النظام. حيث تم افتراض قيم لكل معلمة من معلمات توزيع النظام TMR كما موضح في الجدول (1)، واحجام

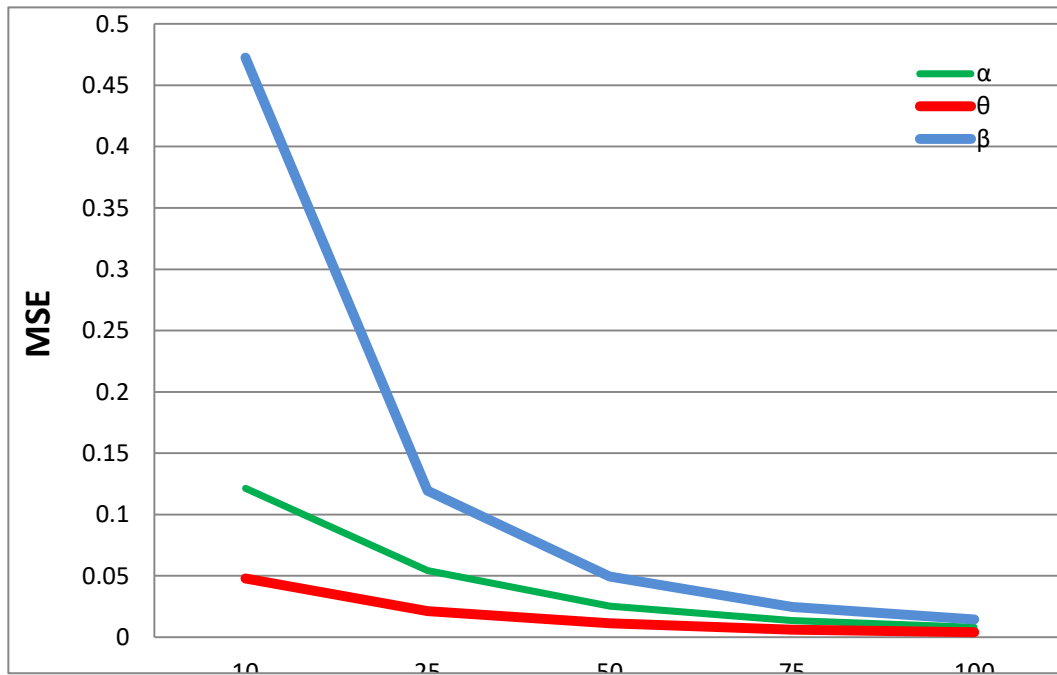
جدول (1) قيم المقدرات ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمات بطريقة المربعات الصغرى.

n	PARAMETAR			ESTMATOR			MSE		
	α	θ	β	α	θ	β	α	θ	β
10	0.9	0.5	0.5	1.07	0.58	0.779	0.121	0.04	0.47
				5727	6208	836	266	7879	2504
25				1.05	0.56	0.685	0.054	0.02	0.11
				6476	8238	592	391	1164	9349
50				1.02	0.55	0.613	0.025	0.01	0.04
	3546	0018	918	267	132	9537			
75	0.99	0.53	0.581	0.013	0.00	0.02			
	6632	6738	03	567	6227	4773			
100	0.97	0.52	0.562	0.008	0.00	0.01			
	694	8906	545	041	3989	453			
10	0.5	0.9	0.5	0.53	1.00	0.578	0.011	0.09	0.06
				7889	2528	285	868	3327	3812
25				0.53	0.97	0.556	0.004	0.04	0.01
				5792	7985	599	242	2082	5916
50				0.52	0.96	0.544	0.001	0.01	0.00
	7794	3295	224	423	8556	6649			
75	0.52	0.93	0.526	0.000	0.00	0.00			
	296	8656	185	914	8918	285			
100	0.51	0.93	0.520	0.000	0.00	0.00			
	852	2383	793	547	5399	1657			
10	0.5	0.5	0.5	0.61	0.71	0.765	0.060	0.26	0.45
				9116	2806	11	381	5497	2213
25				0.62	0.65	0.687	0.036	0.11	0.16
				047	3617	065	957	809	2688
50				0.59	0.60	0.622	0.016	0.05	0.06
	4035	5955	271	128	4299	9691			
75	0.57	0.58	0.596	0.008	0.03	0.03			
	6628	6585	741	986	0401	5946			
100	0.56	0.55	0.561	0.005	0.01	0.01			
	3544	6645	683	736	7728	9091			
10	2	2.5	1.5	2.08	2.52	2.152	0.050	0.02	0.28
				862	8781	875	939	7997	8991
25	2.07	2.52	2.062	0.015	0.01	0.05			
	6425	3701	866	624	3556	7295			

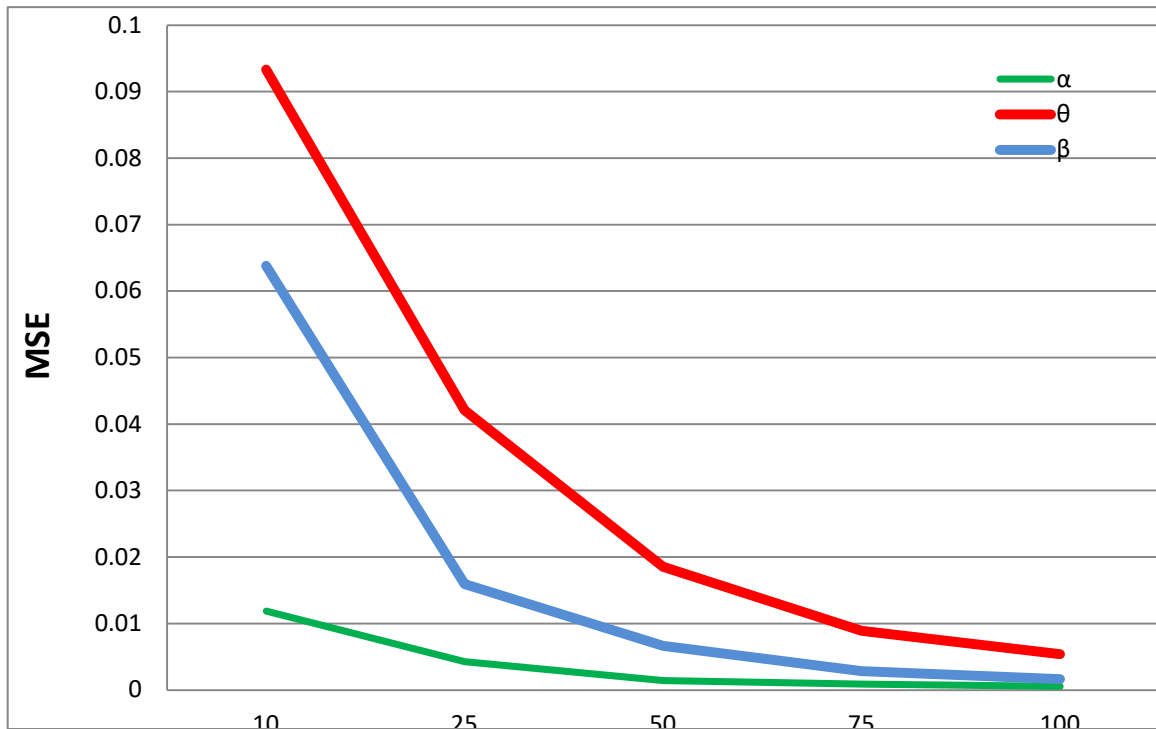
50				2.06 5873	2.51 0197	2.006 645	0.009 09	0.00 5701	0.02 4562
75				2.05 2888	2.50 6024	1.995 589	0.005 12	0.00 3189	0.01 4624
100				2.04 4311	2.50 2242	1.987 7	0.003 266	0.00 1926	0.00 9269
10	2 .5	1.5	3 .5	2.52 963	1.50 108	3.637 564	0.012 012	0.00 1768	0.28 2998
25				2.54 038	1.50 1034	3.521 185	0.007 223	0.00 0812	0.04 0897
50				2.53 9296	1.49 8706	3.470 984	0.003 319	0.00 0259	0.01 5593
75				2.53 4158	1.49 8051	3.460 654	0.002 007	0.00 0141	0.00 9425
100				2.53 0431	1.49 733	3.454 657	0.001 403	7.79 E-05	0.00 6406

من خلال الجدول (1) نلاحظ التجربة الاولى ($\alpha=0.5, \beta=0.5, \theta=0.5$) ظهرت تفوق معلمة α باقل متوسط مربعات خطأ (MSE). حيث كانت قيم متوسطات معلمة β اعلى متوسط مربعات الخطأ واقل كفاءة في جميع التجارب

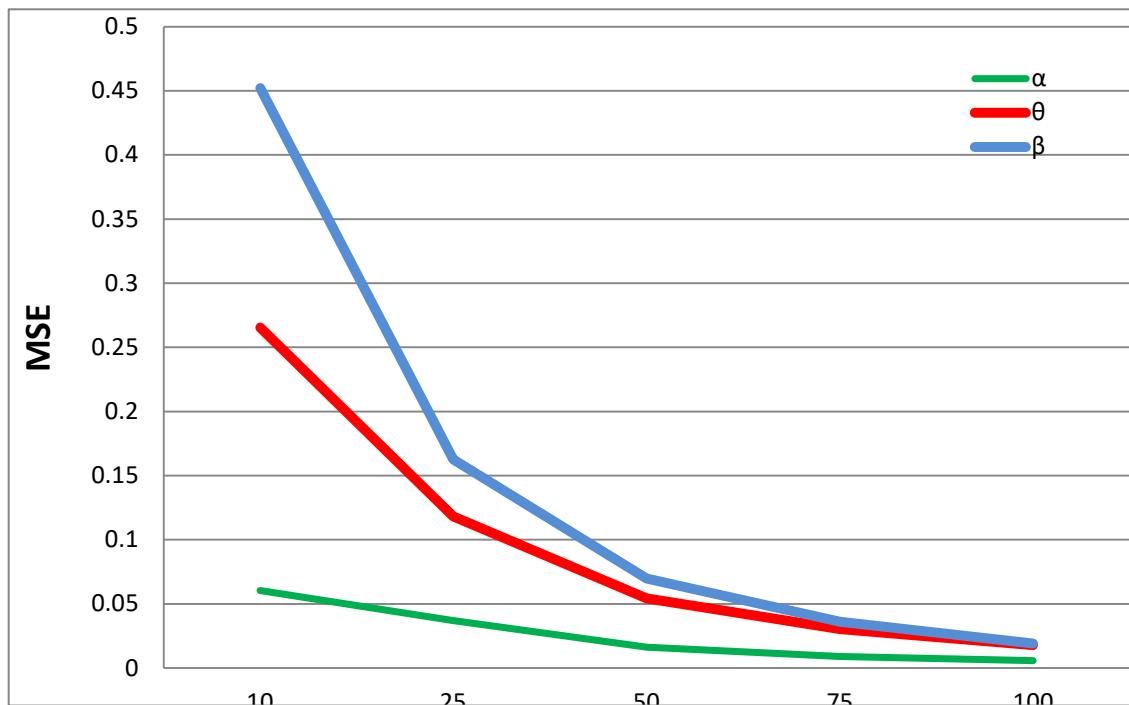
من خلال الجدول (1) نلاحظ التجربة الاولى ($\alpha=0.5, \beta=0.5, \theta=0.5$)، التجربة الرابعة ($\alpha=2, \beta=2.5, \theta=1.5$) والتجربة الخامسة ($\alpha=2.5, \beta=1.5, \theta=3.5$) كانت المعلمة θ اقل متوسط مربعات خطأ (MSE). والتجربة الثانية ($\alpha=0.5, \beta=0.9, \theta=0.5$) والتجربة الثالثة



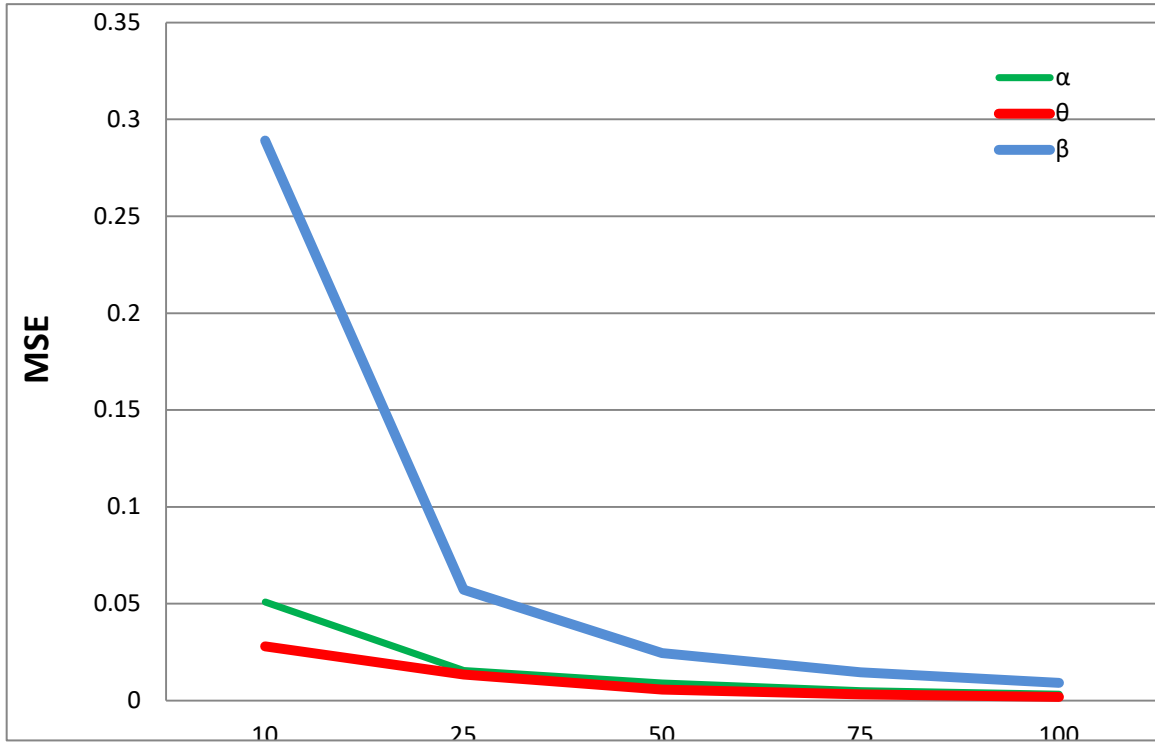
الشكل (1) يوضح تغير قيم MSE عندما ($\alpha=0.9, \beta=0.5, \theta=0.5$)



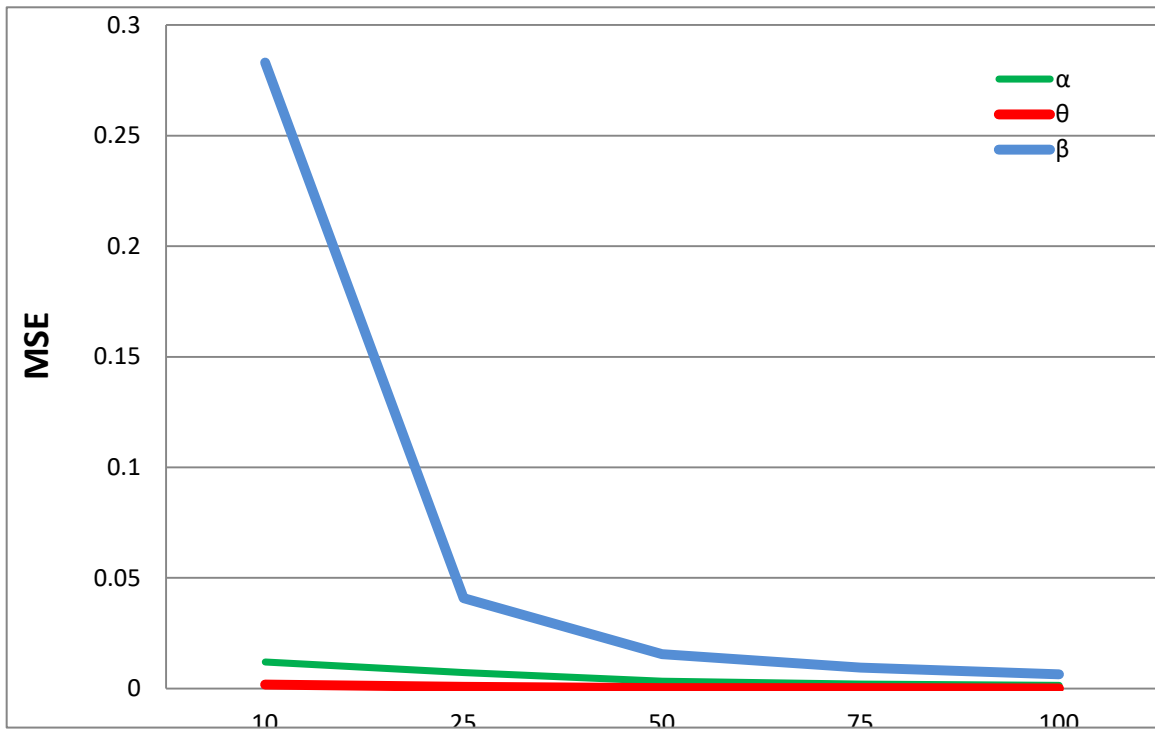
الشكل (2) يوضح تغير قيم MSE عندما $(\alpha=0.5, \beta=0.9, \theta=0.5)$



الشكل (3) يوضح تغير قيم MSE عندما $(\alpha=0.5, \beta=0.5, \theta=0.5)$



الشكل (4) يوضح تغير قيم MSE عندما $(\alpha=2, \beta=2.5, \theta=1.5)$



الشكل (5) يوضح تغير قيم MSE عندما $(\alpha=2.5, \beta=1.5, \theta=3.5)$

الاستنتاجات والتوصيات

- 1- تم اشتقاق بعض الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد في ظل اختبارات الحياة المتسارعة جزئياً .
- 2- ظهرت جميع تجارب اقل (MSE) لتقدير معالم توزيع النظام TMR عند حجم العينة الكبيرة وذلك يتناسب مع النظرية الاحصائية (كلما زاد حجم العينة تناقصت قيمة متوسط مربعات

بناء على ما توصل اليه في الجانب النظري والتجريبي نستنتج ما يلي :-

يلي :-

- Rahman, A., Kamal, M., Khan, S., Khan, M. F., Mustafa, M. S., Hussam, E., ... & Al Mutairi, A. (2023). Statistical inferences under step stress partially accelerated life testing based on multiple censoring approaches using simulated and real-life engineering data. *Scientific Reports*, 13(1), 12452.
- Shang, L. F., & Yan, Z. Z. (2023). Estimation of reliability in multicomponent stress-strength based on exponential Frechet distributions. *Thermal Science*, 27(3 Part A), 1747-1754.
- Shernta, S. A., & Tamtum, A. A. (2018, November). Using triple modular redundant (tmr) technique in critical systems operation. In *Proc. 1st Conf. Eng. Sci. Technol* (p. 53).
- Suleiman, A. A., Daud, H., Othman, M., Singh, N. S. S., Ishaq, A. I., Sokkalingam, R., & Husin, A. (2023). A novel extension of the fréchet distribution: statistical properties and application to groundwater pollutant concentrations. *Journal of Data Science Insights*, 1(1), 8-24.
- Swain, J. J., Venkatraman, S., & Wilson, J. R. (1988). Least-squares estimation of distribution functions in Johnson's translation system. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 29(4), 271-297.
- Zhang, Z., Liu, D., Wei, Z., & Sun, C. (2006, June). Research on triple modular redundancy dynamic fault-tolerant system model. In *First International Multi-Symposiums on Computer and Computational Sciences (IMSCCS'06)* (Vol. 1, pp. 572-576). IEEE.
- الخطأ) ولكن اقل (MSE) لتقدير معلمات توزيع النظام TMR عند التجربة الخامسة عندما تكون قيم المعالم $(\theta=1.5, \alpha=2.5, \beta=3.5)$.
- 3- عند التغير في قيم المعالم النموذج المفترضة لنماذج الخمسة فان طريقة التقدير تتأثر بهذا التغير ولا تبقى قيم المعالم الثابت تتغير من نموذج الأخر.
- 4- القيم التقديرية للمعالم في جميع التجارب كانت قريبة جدا من القيم الافتراضية وهذا يؤكد على دقة النتائج والتجربة.

المصادر

- Abdel-Hamid, A. H., & Hashem, A. F. (2021). Inference for the exponential distribution under generalized progressively hybrid censored data from partially accelerated life tests with a time transformation function. *Mathematics*, 9(13), 1510.
- Al-Essa, L. A., Abdel-Hamid, A. H., Alballa, T., & Hashem, A. F. (2023). Reliability analysis of the triple modular redundancy system under step-partially accelerated life tests using Lomax distribution. *Scientific Reports*, 13(1), 14719.
- Asadi, M., & Bayramoglu, I. (2006). The mean residual life function of a k-out-of-n structure at the system level. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(2), 314-318.
- Balakrishnan, N., Jaenada, M., & Pardo, L. (2023). Robust inference for an interval-monitored step-stress model with competing risks. *arXiv preprint arXiv:2311.04300*.
- Coit, D. W., & Liu, J. C. (2000). System reliability optimization with k-out-of-n subsystems. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 7(02), 129-142.