

المحور الإحصائي

تحليل التباين للتجارب العاملية المكررة في حالة النماذج (المقيدة ، العشوائية والمختلطة)

Analysis of Variance for repeated Factorial Experiments in case Model (Fixed , Random and Mixed)

م.م.كاظم يحيى عبد الحسين

جامعة المثنى / رئاسة الجامعة

قسم التخطيط والمتابعة

Kadhem1986@yahoo.com

المستخلص

تم في هذا البحث عمل تحليل التباين للتجارب العاملية المنفذة بتصميم RCBD التي تكرر في أكثر من موقع أي (تحليل التباين المركب لهذه التجارب) ولجميع أنواع النماذج (النموذج الثابت ، النموذج العشوائي والنموذج المختلط) وذلك من خلال بيان الفقرات الآتية :
النموذج الرياضي ، تقدير التأثيرات ، التباين المتوقع (EMS) وجدول تحليل التباين (ANOVA).

Abstract

In this research we work the analysis of variance for the factorial experiments which applied by using "RCBD" and that was repeated more than one location (i.e. combin analysis of variance for this experiments) for all types of models (fixed , random and mixed) through of the statement of the following paragraphs:

- Mahmathical model
- Effects estimation
- EMS
- ANOVA

1- المقدمة [3][4]

يعد (تصميم وتحليل التجارب) أحد الفروع المهمة من علم الاحصاء والذي يمكن تطبيقه في الكثير من جوانب الحياة وأهمها (الجانب الزراعي) ومعروف أنه في التجارب الزراعية يتم الاستعانة بعلم تصميم وتحليل التجارب لغرض اجراء التجربة وفق اسلوب علمي يتيح للباحث جمع البيانات بصورة منتظمة وبالتالي سهولة تحليلها والحصول على نتائج يمكن الاستفادة منها وذلك باستخدام أحد التصاميم المعروفة وبالإضافة الى هذه التصاميم يمكن عمل هذه التجارب باتباع اسلوب (التجارب العاملية) التي لا تعتبر تصميم بحد ذاتها بل هي مجرد تنظيم وترتيب لمستويات العوامل المدروسة في معاملات عاملية وباستخدام أحد التصاميم التجريبية المعروفة ، هكذا نوع من التجارب يمكن اجراء تحليل التباين لها كما معروف لدى الباحثين والمهتمين ولكن عندما تكرر التجربة العاملية وبنفس الظروف في أكثر من موقع لأغراض معينة منها (اختبار معنوية التفاعل بين العوامل والموقع) هنا تبرز الحاجة الى طريقة لتحليل التباين تختلف عن الحالة الاولى (تجربة عاملية واحدة) وطريقة التحليل هذه تسمى (تحليل التباين المركب).

وكما معروف أنه توجد عدة انواع من النماذج منها المقيدة (جميع العوامل مقيدة أو ثابتة) والعشوائية (جميع العوامل عشوائية) والمختلطة (بعض العوامل مقيدة والاخرى عشوائية) لذلك فان هذا البحث سيتضمن اجراء تحليل التباين المركب للتجارب العملية المنفذة بتصميم (RCBD) وللنماذج الثلاثة وذلك من خلال عمل مخطط للتجربة وذكر النموذج الرياضي وتقدير التأثيرات الخاصة بالنموذج وعمل EMS وبالتالي اعداد جدول تحليل التباين . وكذلك تضمن البحث تطبيق ما جاء في الجانب النظري على بيانات لتجارب زراعية واقعية وتم استخدام برنامج (Genstat) في التحليل.

2- هدف البحث

ان الهدف من البحث هو اجراء تحليل التباين للتجارب العملية المنفذة بتصميم RCBD التي تكرر في أكثر من موقع وبنفس الظروف ولانواع النماذج الثلاثة (مقيدة ، عشوائية ومختلطة) أي (اجراء تحليل التباين المركب للتجارب العملية).

3- الجانب النظري

3-1 مخطط التجربة¹

المخطط أدناه يمثل تجربة عاملية منفذة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة بـ (r من القطاعات) وبعاملين (A له a من المستويات ، B له b من المستويات) وهذه التجربة مكررة في (l من المواقع) وكما مبين في الجدول أدناه :

جدول (1)
يبين مخطط التجربة

Locations	A	B	Blocks		
			1	2	...r
1	1	1	Y_{1111}	Y_{1112}	$\dots Y_{111r}$
		2	Y_{1211}	Y_{1212}	$\dots Y_{121r}$
		...	\vdots	\dots	\vdots
	2	B	Y_{1b11}	Y_{1b12}	$\dots Y_{1b1r}$
		1	Y_{2111}	Y_{2112}	$\dots Y_{211r}$
		2	Y_{2211}	Y_{2212}	$\dots Y_{221r}$
...	b	Y_{2b11}	Y_{2b12}	$\dots Y_{2b1r}$	
...	\vdots	\dots	\vdots
2	1	1	Y_{a111}	Y_{a112}	$\dots Y_{a11r}$
		2	Y_{a211}	Y_{a212}	$\dots Y_{a21r}$
		...	\vdots	\dots	\vdots
	2	B	Y_{ab11}	Y_{ab12}	$\dots Y_{ab1r}$
		1	Y_{1121}	Y_{1122}	$\dots Y_{112r}$
		2	Y_{1221}	Y_{1222}	$\dots Y_{122r}$
...	\vdots	\dots	\vdots
...	Y_{1b21}	Y_{1b22}	$\dots Y_{1b2r}$
...	Y_{2121}	Y_{2122}	$\dots Y_{212r}$
...	Y_{2221}	Y_{2222}	$\dots Y_{222r}$

		b	$\begin{matrix} \vdots \dots \vdots \\ Y_{2b21} Y_{2b22} \dots Y_{2b2r} \end{matrix}$	
			$\vdots \dots \vdots$	
	a	1	$Y_{a121} Y_{a122} \dots Y_{a12r}$	
		2	$Y_{a221} Y_{a222} \dots Y_{a22r}$	
		b	$\begin{matrix} \vdots \dots \vdots \\ Y_{ab21} Y_{ab22} \dots Y_{ab2r} \end{matrix}$	
			$\vdots \dots \vdots$	
	1	1	$Y_{1111} Y_{1112} \dots Y_{111r}$	
		2	$Y_{1211} Y_{1212} \dots Y_{121r}$	
		b	$\begin{matrix} \vdots \dots \vdots \\ Y_{1b11} Y_{1b12} \dots Y_{1b1r} \end{matrix}$	
	2	1	$Y_{2111} Y_{2112} \dots Y_{211r}$	
		2	$Y_{2211} Y_{2212} \dots Y_{221r}$	
		b	$\begin{matrix} \vdots \dots \vdots \\ Y_{2b11} Y_{2b12} \dots Y_{2b1r} \end{matrix}$	
				$\vdots \dots \vdots$
	a	1	$Y_{a111} Y_{a112} \dots Y_{a11r}$	
		2	$Y_{a211} Y_{a212} \dots Y_{a21r}$	
b		$\begin{matrix} \vdots \dots \vdots \\ Y_{abl1} Y_{abl2} \dots Y_{abl r} \end{matrix}$		

Mathematical Model

2-3 النموذج الرياضي¹

المعادلة أدناه تمثل النموذج الرياضي لهذه التجارب :

$$Y_{ijkh} = \mu + \rho_{hk} + \alpha_i + \beta_j + L_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha L)_{ik} + (\beta L)_{jk} + (\alpha\beta L)_{ijk} + e_{ijkhs}$$

$$i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, b; k = 1, \dots, \ell; h = 1, \dots, r$$

Y_{ijkh} : استجابة القطعة التجريبية التي عوملت بالمستوى (i) من العامل A والمستوى (j) من العامل B ضمن الموقع (k) والقطاع (h).

μ : تأثير الوسط الحسابي العام

ρ_{hk} : تأثير القطاع (h) ضمن الموقع (k)

α_i : تأثير المستوى (i) من العامل A

β_j : تأثير المستوى (j) من العامل B

L_k : تأثير الموقع (k)

$(\alpha\beta)_{ij}$: تأثير تفاعل المستوى (i) من العامل A والمستوى (j) من العامل B

$(\alpha L)_{ik}$: تأثير تفاعل المستوى (i) من العامل A مع الموقع (k)

$(\beta L)_{jk}$: تأثير تفاعل المستوى (j) من العامل B مع الموقع (k)

$(\alpha\beta L)_{ijk}$: تأثير تفاعل المستوى (i) من العامل A والمستوى (j) من العامل B مع الموقع (k)

$e_{ijkhs} \sim NID(0, \sigma_\epsilon^2)$: تأثير الخطأ التجريبي وله توزيع طبيعي

3-3 تقدير التأثيرات¹

بإتباع طريقة OLS يمكن تقدير التأثيرات الخاصة بالنموذج أعلاه وكما يأتي :

$$Y_{ijkh} = \mu + \rho_{hk} + \alpha_i + \beta_j + L_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha L)_{ik} + (\beta L)_{jk} + (\alpha\beta L)_{ijk} + e_{ijkh}$$

$$e_{ijkh} = Y_{ijkh} - \mu - \rho_{hk} - \alpha_i - \beta_j - L_k - (\alpha\beta)_{ij} - (\alpha L)_{ik} - (\beta L)_{jk} - (\alpha\beta L)_{ijk}$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_h e_{ijkh}^2 = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h (Y_{ijkh} - \mu - \rho_{hk} - \alpha_i - \beta_j - L_k - (\alpha\beta)_{ij} - (\alpha L)_{ik} - (\beta L)_{jk} - (\alpha\beta L)_{ijk})^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} = -2 \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h (Y_{ijkh} - \mu - \rho_{hk} - \alpha_i - \beta_j - L_k - (\alpha\beta)_{ij} - (\alpha L)_{ik} - (\beta L)_{jk} - (\alpha\beta L)_{ijk}) = 0$$

وباستخدام العلاقات الآتية :

$$\sum_{h,k} \hat{\rho}_{hk} = 0, \sum_i \hat{\alpha}_i = 0, \sum_j \hat{\beta}_j = 0, \sum_k \hat{L}_k = 0, \sum_{i,j} (\hat{\alpha\beta})_{ij} = 0, \sum_{i,k} (\hat{\alpha L})_{ik} = 0, \sum_{j,k} (\hat{\beta L})_{jk} = 0, \sum_{i,j,k} (\hat{\alpha\beta L})_{ijk} = 0$$

نحصل على :

$$-2 \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h Y_{ijkh} + 2ablr \mu = 0$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{2 \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h Y_{ijkh}}{2ablr}$$

$$\therefore \mu = \bar{Y}_{....}$$

وبإتباع نفس الأسلوب ينتج :

$$\hat{\rho}_{hk} = \bar{Y}_{..kh} - \bar{Y}_{..k}$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i...} - \bar{Y}_{....}$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j..} - \bar{Y}_{....}$$

$$\hat{L}_k = \bar{Y}_{..k.} - \bar{Y}_{....}$$

$$(\hat{\alpha\beta})_{ij} = \bar{Y}_{ij..} - \bar{Y}_{i...} - \bar{Y}_{.j..} + \bar{Y}_{....}$$

$$(\hat{\alpha L})_{ik} = \bar{Y}_{i.k.} - \bar{Y}_{..k.} - \bar{Y}_{i...} + \bar{Y}_{....}$$

$$(\hat{\beta L})_{jk} = \bar{Y}_{.jk.} - \bar{Y}_{.j..} - \bar{Y}_{..k.} + \bar{Y}_{....}$$

$$(\hat{\alpha\beta L})_{ijk} = \bar{Y}_{ijk.} - \bar{Y}_{ij..} - \bar{Y}_{i.k.} - \bar{Y}_{.jk.} + \bar{Y}_{i...} + \bar{Y}_{.j..} + \bar{Y}_{..k.} - \bar{Y}_{....}$$

$$\hat{e}_{ijkhs} = \bar{Y}_{ijkh} - \bar{Y}_{ijk.} - \bar{Y}_{..kh} + \bar{Y}_{..k.}$$

4-3 تحليل التباين

قسمت هذه الفقرة الى قسمين الأول هو بيان مكونات التباين (التباين المتوقع EMS) ومنها يمكن الوصول الى القسم الثاني

وهو عمل جدول تحليل التباين (ANOVA) وكما في أدناه :

1-4-3 التباين المتوقع (EMS) وخطوات كتابته [1][5]

(EMS) لمصادر التباين المختلفة في أي تجربة

إن المقدر على كتابة وتوضيح مكونات التباين (التباين المتوقع

يعتبر مهما بل وأساسياً وذلك لكي :

1. نحصل على قيم تقديرية لمكونات التباين

2. نختار الخطأ المناسب لاختبار الفرضيات

وإن الأساس العام لإجراء اختبار F هو أن نختار تقديرين لتباينين بحيث تختلف قيمهما المتوقعة في مكون واحد فقط وهو المكون المتعلق بالتأثير المراد اختباره.

أما خطوات كتابة (EMS) فهي كالآتي :

1. نعد جدولاً ذا اتجاهين بحيث تكون عناوين الأسطر الأفقية هي العناصر المتغيرة في النموذج الرياضي (جميع العناصر ما عدا μ).
2. نكتب الرموز الجانبية في النموذج كعناوين للأعمدة ثم نكتب فوق كل منها إما F إذا كانت مستويات العامل ثابتة أو R إذا كانت عشوائية.
3. لكل صف نكتب عدد المستويات الخاصة بكل عمود مميز برمز جانبي مخالف لجميع الرموز الجانبية التي تظهر في عنوان ذلك السطر.
4. في كل صف يحتوي رموز جانبية موجودة بين قوسين ، نكتب 1 في العمود أو الأعمدة المميزة بهذه الرموز.
5. نملأ الخلايا الباقية بوضع 0 في الخلايا الفارغة في العمود الخاص بعامل ثابت F ونضع 1 في الخلايا الفارغة الخاصة بعامل عشوائي R .
6. لإيجاد التباين المتوقع EMS لأي عنصر في النموذج الرياضي (لأي صف) نعمل ما يأتي :
 - a. نغطي العمود أو الأعمدة التي تميزها رموز جانبية مشابهة للرموز الجانبية الخاصة بذلك العنصر والتي لا توجد بين أقواس.
 - b. نغطي الصف أو الصفوف التي لا تحتوي على جميع الرموز الجانبية الخاصة بذلك العنصر سواء كانت بين أقواس أم بدون أقواس.
 - c. نضرب الأعداد الباقية في كل صف لنحصل على معامل نضربه في تباين ذلك الصف ، ثم نجمع نواتج حاصل ضرب كل معامل في تباينه لنحصل في النهاية على التباين المتوقع لذلك العنصر.

وبإتباع الخطوات أعلاه نحصل على :

أولاً/ عندما يكون النموذج مقيداً (Fixed)¹

إذا كانت جميع مستويات العوامل مقيدة فإن الجدول رقم (2) يوضح ذلك :

جدول (2)

التباين المتوقع للنموذج المقيد

Factor	a F i	b F j	/ F k	r F h	EMS
ρ_{hk}	a	b	0	0	$\sigma_e^2 + ab \frac{\sum_h \sum_k \rho_{hk}}{l(r-1)}$
α_i	0	b	/	r	$\sigma_e^2 + blr \frac{\sum_i \alpha_i}{(a-1)}$
β_j	a	0	/	r	$\sigma_e^2 + alr \frac{\sum_j \beta_j}{(b-1)}$
L_k	a	b	0	r	$\sigma_e^2 + abr \frac{\sum_k L_k}{(l-1)}$
$(\alpha\beta)_{ij}$	0	0	/	r	$\sigma_e^2 + lr \frac{\sum_i \sum_j (\alpha\beta)_{ij}}{(a-1)(b-1)}$

$(\alpha L)_{ik}$	0	b	0	r	$\sigma_e^2 + br \frac{\sum_i \sum_k (\alpha L)_{ik}}{(a-1)(l-1)}$
$(\beta L)_{jk}$	a	0	0	r	$\sigma_e^2 + ar \frac{\sum_j \sum_k (\beta L)_{jk}}{(b-1)(l-1)}$
$(\alpha \beta L)_{ijk}$	0	0	0	r	$\sigma_e^2 + r \frac{\sum_i \sum_j \sum_k (\alpha \beta L)_{ijk}}{(a-1)(b-1)(l-1)}$
e_{ijkh}	1	1	1	1	σ_e^2

ثانياً/ عندما يكون النموذج عشوائياً (Random)¹ إذا كانت جميع مستويات العوامل عشوائية فإن الجدول رقم (3) يوضح ذلك :

جدول (3)

التباين المتوقع للنموذج العشوائي

Factor	a R i	b R j	/ R k	r R h	EMS
ρ_{hk}	a	b	1	1	$\sigma_e^2 + ab \sigma_\rho^2$
α_i	1	b	/	r	$\sigma_e^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2 + br \sigma_{\alpha L}^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + blr \sigma_\alpha^2$
β_j	a	1	/	r	$\sigma_e^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2 + ar \sigma_{\beta L}^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + alr \sigma_\beta^2$
L_k	a	b	1	r	$\sigma_e^2 + br \sigma_{\alpha L}^2 + ar \sigma_{\beta L}^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + abr \sigma_L^2$
$(\alpha\beta)_{ij}$	1	1	/	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2$
$(\alpha L)_{ik}$	1	b	1	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + br \sigma_{\alpha L}^2$
$(\beta L)_{jk}$	a	1	1	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + ar \sigma_{\beta L}^2$
$(\alpha\beta L)_{ijk}$	1	1	1	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2$
e_{ijkh}	1	1	1	1	σ_e^2

ثانياً/ عندما يكون النموذج مختلطاً (Mixed)² إذا كان العاملان (A,L) عشوائيين والعوامل الاخرى مقيدة فإن الجدول رقم (4) يوضح ذلك :

جدول (4)

التباين المتوقع للنموذج المختلط

Factor	a R i	b F j	/ R k	r F h	EMS
ρ_{hk}	a	b	1	0	$\sigma_e^2 + ab \frac{\sum_h \sum_k \rho_{hk}}{l(r-1)}$
α_i	1	b	/	r	$\sigma_e^2 + br \sigma_{\alpha L}^2 + blr \sigma_\alpha^2$
β_j	a	0	/	r	$\sigma_e^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2 + ar \sigma_{\beta L}^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + alr \frac{\sum_j \beta_j}{(b-1)}$
L_k	a	b	1	r	$\sigma_e^2 + br \sigma_{\alpha L}^2 + abr \sigma_L^2$
$(\alpha\beta)_{ij}$	1	0	/	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2$
$(\alpha L)_{ik}$	1	b	1	r	$\sigma_e^2 + br \sigma_{\alpha L}^2$
$(\beta L)_{jk}$	a	0	1	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + ar \sigma_{\beta L}^2$
$(\alpha\beta L)_{ijk}$	1	0	1	r	$\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2$
e_{ijkh}	1	1	1	1	σ_e^2

من عمل الباحث¹

من عمل الباحث²

2-4-3 إختبار F التقريبي [5][6]

احيانا يشير عمود التباين المتوقع EMS لتجربة ما الى عدم وجود إختبار F مضبوط لواحد او أكثر من العوامل التي يتضمنها نموذج التصميم ولقد اقترح Satterth Waite احدى الطرق لاختبار الفرضيات في مثل هذه الحالات. وتشمل هذه الطريقة تركيب متوسط كعلاقة خطية لتباينات التجربة حيث يكون التباين المتوقع لهذا التباين الذي يتم تركيبه مشتملا على نفس المكونات الموجودة في التباين المتوقع للتأثير او العامل الذي يجري إختباره فيما عدا تباين العامل نفسه، ثم تستخدم هذه التباينات التركيبية للحصول على النسب التي وجد انها تتوزع كما تتوزع تقريبا نسب F.

فاذا رمزنا للتباينات الموجودة في جدول تحليل التباين بالرموز (MS_1, MS_2, \dots, MS_k) فعندئذ نستطيع الحصول على تباين تركيبى بإنشاء علاقة خطية مثل :

حيث تكون المعاملات a ثابتة وتكون قيمة MS_1 معتمدة على درجات حرية v_1 ، MS_2 معتمدة على درجات حرية v_2 ... وهكذا.

و عليه فلا بد من حساب درجات حرية ترتبط بها او تعتمد عليها قيمة L وهذه تقدر باستخدام المعادلة :

2-4-3 جدول تحليل التباين (ANOVA)

بالاعتماد على التباين المتوقع (EMS) يكون جدول تحليل التباين (ANOVA) كما في أدناه :

جدول (5) [2]

يبين جدول تحليل التباين في حالة (Fixed)

S.O.V	D.F.	S.S.	F
Location	$(\ell - 1)$	$L - C.F.$	
Blocks/L	$\ell(r - 1)$	$LR - L$	
A	$(a - 1)$	$A - C.F.$	$MS(A)/MSe$
B	$(b - 1)$	$B - C.F.$	$MS(B)/MSe$
$A \times B$	$(a - 1)(b - 1)$	$AB - A - B + C.F.$	$MS(AB)/MSe$
$A \times L$	$(a - 1)(\ell - 1)$	$AL - A - L + C.F.$	$MS(AL)/MSe$
$B \times L$	$(b - 1)(\ell - 1)$	$BL - B - L + C.F.$	$MS(BL)/MSe$
$A \times B \times L$	$(a - 1)(b - 1)(\ell - 1)$	$ABL - AB - AL - BL + A + B + L - C.F.$	$MS(ABL)/MSe$
Error	$\ell(ab - 1)(r - 1)$	$ABLR - ABL - LR + L$	
Total	$abr\ell - 1$	$ABLR - C.F.$	

جدول (6) [1]

يبين جدول تحليل التباين في حالة (Random)

S.O.V	D.F.	S.S.	F
Location	$(\ell - 1)$	$L - C.F.$	

Blocks/L	$\ell(r-1)$	$LR - L$	
A	$(a-1)$	$A - C.F.$	<i>Not exact</i>
B	$(b-1)$	$B - C.F.$	<i>Not exact</i>
A × B	$(a-1)(b-1)$	$AB - A - B + C.F.$	$MS(AB)/MS(ABL)$
A × L	$(a-1)(\ell-1)$	$AL - A - L + C.F.$	$MS(AL)/MS(ABL)$
B × L	$(b-1)(\ell-1)$	$BL - B - L + C.F.$	$MS(BL)/MS(ABL)$
A × B × L	$(a-1)(b-1)(\ell-1)$	$ABL - AB - AL - BL + A + B + L - C.F.$	$MS(ABL)/MSe$
Error	$\ell(ab-1)(r-1)$	$ABLR - ABL - LR + L$	
Total	$abr\ell-1$	$ABLR - C.F.$	

لكي نختبر تأثير العامل A ، فإننا نحتاج الى تركيب تباين تتكون قيمته المتوقعة من :

$$\sigma_e^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2 + br \sigma_{\alpha L}^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2$$

وهذا التباين من الممكن أن نجده عن طريق العلاقة الخطية :

$$L = MS(AB) + MS(AL) - MS(ABL)$$

حيث يكون تباينه المتوقع :

$$\begin{aligned} E(L) &= (\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2) + (\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 + br \sigma_{\alpha L}^2) - (\sigma_e^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2) \\ &= \sigma_e^2 + lr \sigma_{\alpha\beta}^2 + br \sigma_{\alpha L}^2 + r \sigma_{\alpha\beta L}^2 \end{aligned}$$

والآن نستطيع إجراء اختبار F تقريبي باستخدام تباين العامل A كبسط للنسبة ويكون هذا التباين التركيبي هو المقام كما يأتي :

$$F_{df_{\alpha}, \hat{v}, \alpha} = \frac{MS(A)}{MS(AB) + MS(AL) - MS(ABL)}$$

بينما تكون درجات حرية المقام (التباين التركيبي) تساوي :

$$\hat{v} = \frac{[MS(AB) + MS(AL) - MS(ABL)]^2}{\frac{[MS(AB)]^2}{(a-1)(b-1)} + \frac{[MS(AL)]^2}{(a-1)(\ell-1)} - \frac{[MS(ABL)]^2}{(a-1)(b-1)(\ell-1)}}$$

أما بالنسبة للعامل B وباتباع نفس الأسلوب نحصل على :

$$F_{df_{\beta}, \hat{v}, \alpha} = \frac{MS(B)}{MS(AB) + MS(BL) - MS(ABL)}$$

$$\hat{v} = \frac{[MS(AB) + MS(BL) - MS(ABL)]^2}{\frac{[MS(AB)]^2}{(a-1)(b-1)} + \frac{[MS(BL)]^2}{(b-1)(\ell-1)} - \frac{[MS(ABL)]^2}{(a-1)(b-1)(\ell-1)}}$$

جدول (7)¹
يبين جدول تحليل التباين في حالة (Mixed)

S.O.V	D.F.	S.S.	F
Location	$(\ell - 1)$	$L - C.F.$	
Blocks /L	$\ell(r - 1)$	$LR - L$	
A	$(a - 1)$	$A - C.F.$	$MS(A)/MS(AL)$
B	$(b - 1)$	$B - C.F.$	Not exact
A × B	$(a - 1)(b - 1)$	$AB - A - B + C.F.$	$MS(AB)/MS(ABL)$
A × L	$(a - 1)(\ell - 1)$	$AL - A - L + C.F.$	$MS(AL)/MSe$
B × L	$(b - 1)(\ell - 1)$	$BL - B - L + C.F.$	$MS(BL)/MS(ABL)$
A × B × L	$(a - 1)(b - 1)(\ell - 1)$	$ABL - AB - AL - BL + A + B + L - C.F.$	$MS(ABL)/MSe$
Error	$\ell(ab - 1)(r - 1)$	$ABLR - ABL - LR + L$	
Total	$abr\ell - 1$	$ABLR - C.F.$	

لاستخراج F التقريبية الخاصة بالعامل B نقوم بالجراء المتبع في حالة (Random Model) لنحصل على :

$$F_{df_{\beta}, \hat{v}, \alpha} = \frac{MS(B)}{MS(AB) + MS(BL) - MS(ABL)}$$

$$\hat{v} = \frac{[MS(AB) + MS(BL) - MS(ABL)]^2}{\frac{[MS(AB)]^2}{(a-1)(b-1)} + \frac{[MS(BL)]^2}{(b-1)(\ell-1)} - \frac{[MS(ABL)]^2}{(a-1)(b-1)(\ell-1)}}$$

حيث إن :

$$C.F. = \frac{Y_{...}^2}{abr\ell} L = \frac{\sum_k Y_{..k}^2}{abr} LR = \frac{\sum_k \sum_h Y_{..kh}^2}{ab}$$

$$A = \frac{\sum_i Y_{i...}^2}{b\ell r} B = \frac{\sum_j Y_{.j..}^2}{a\ell r} AB = \frac{\sum_i \sum_j Y_{ij..}^2}{\ell r}$$

$$AL = \frac{\sum_i \sum_k Y_{i.k.}^2}{br} BL = \frac{\sum_j \sum_k Y_{.jk.}^2}{ar} ABL = \frac{\sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk.}^2}{r}$$

$$ABLCLR = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_h Y_{ijkh}^2$$

4- الجانب التطبيقي

في هذا الجزء من البحث سوف يتم تحليل بيانات لتجارب زراعية واقعية حسب جداول تحليل التباين أعلاه وحسب نوع النموذج (مقيد ، عشوائي ومختلط).

4 - 1 التجربة الأولى (Fixed Model)

أقيمت تجربة عاملية بتصميم (RCBD) بثلاثة قطاعات بعاملين (A وله ثلاثة مستويات) و (B له مستويين) وكررت هذه التجربة في موقعين والبيانات موضحة في الجدول رقم (8) أدناه :

جدول (8)
بيانات التجربة الأولى (Fixed Model)

Location	A	B	Blocks		
			1	2	3
1	1	1	65	72.6	65.4
		2	122	144.5	147.8
	2	1	45.6	68.5	76.5
		2	81.5	114.1	90.3
	3	1	54.07	70	65.5
		2	99.1	111.19	103.5
2	1	1	46	49.2	41.2
		2	81.5	114.1	113
	2	1	51.1	48.2	56.1
		2	96.4	98.8	90.2
	3	1	51	47.3	49.6
		2	81.57	113.21	91.3

وبتطبيق ما ورد في الجدول رقم (5) على بيانات جدول رقم (8) أعلاه نحصل على :

جدول (9)
جدول تحليل التباين للتجربة الأولى

S.O.V	D.F.	S.S.	M.S.	F _{cal.}	F _{tab.}
Location	1	2137.21			
Blocks/L	4	1478.61			
A	2	1028.93	514.47	6.56*	3.49
B	1	21083.04	21083.04	269.12*	4.35
A × B	2	1140.80	570.40	7.28*	3.49
A × L	2	844.07	422.03	5.38*	3.49
B × L	1	2.54	2.54	0.03	4.35
A × B × L	2	241.44	120.72	1.54	3.49
Error	20	1566.71	78.34		
Total	35	29523.36			

(* معنوي عند مستوى 0.05)

4 - 2 التجربة الثانية (Random Model)

أقيمت تجربة عاملية بتصميم RCBD بثلاثة قطاعات وبعاملين (A وله 7 مستويات تم اختيار 4 منها بصورة عشوائية) و (B وله 6 مستويات تم اختيار 3 منها بصورة عشوائية) وكررت في (موقعين تم اختبارها بصورة عشوائية من أربعة مواقع) والبيانات موضحة في الجدول رقم (8) أدناه :

جدول (10)
بيانات التجربة الثانية (Random Model)

Location	A	B	Blocks		
			1	2	3
1	1	1	3.808	3.780	3.966
		2	4.560	4.573	4.533
		3	1.866	2.493	1.973
	2	1	2.893	3.024	2.400
		2	2.880	3.192	2.888
		3	1.920	2.448	2.381
	3	1	2.613	0.234	2.680
		2	1.000	1.109	1.240
		3	0.725	0.496	0.560
	4	1	2.266	2.090	2.684
		2	2.146	2.064	1.858
		3	1.353	1.133	1.360
2	1	1	1.92	1.995	2.244
		2	2.20	2.347	2.584
		3	1.60	1.24	1.496
	2	1	2.40	2.80	2.66
		2	1.973	1.924	1.875
		3	1.248	1.135	1.529
	3	1	2.240	2.080	2.600
		2	0.971	0.867	0.693
		3	0.347	0.416	0.333
	4	1	2.521	2.360	2.474
		2	2.261	2.244	2.080
		3	1.980	1.813	1.706

وبتطبيق ما ورد في الجدول رقم (6) على بيانات الجدول رقم (10) أعلاه نحصل على :

جدول (11)
جدول تحليل التباين للتجربة الثانية

S.O.V	D.F.	S.S.	M.S.	F _{cal.}	F _{tab.}
Location	1	4.5165			
Blocks/L	4	0.2063			
A	3	23.28	7.76	2.2419	6.59
B	2	16.7222	8.3611	8.4729*	6.94
A × B	6	5.1687	0.8614	2.2746	4.28
A × L	3	8.9355	2.9785	7.8650*	4.76
B × L	2	1.0081	0.5041	1.3311	5.14
A × B × L	6	2.2723	0.3787	3.1349*	2.34
Error	44	5.3153	0.1208		
Total	71	67.4249			

(* معنوي عند مستوى 0.05)

$$F_A = \frac{7.76}{0.8614 + 2.9785 - 0.3787} = 2.2419$$

$$\hat{v}_A = \frac{[3.4612]^2}{\frac{[0.8614]^2}{(4-1)(3-1)} + \frac{[2.9785]^2}{(4-1)(2-1)} - \frac{[0.3787]^2}{(4-1)(3-1)(2-1)}} = 3.916 \cong 4$$

وفيما يخص العامل B فيكون لدينا :

$$F_B = \frac{8.3611}{0.8614 + 0.5041 - 0.3787} = 8.4729$$

$$\hat{v}_B = \frac{[0.9868]^2}{\frac{[0.8614]^2}{(4-1)(3-1)} + \frac{[0.5041]^2}{(3-1)(2-1)} - \frac{[0.3787]^2}{(4-1)(3-1)(2-1)}} = 4.3055 \cong 4$$

4 - 2 التجربة الثالثة (Mixed Model)

أقيمت تجربة عاملية بتصميم RCBD بثلاثة قطاعات بعاملين (A وله 6 مستويات تم اختيار 3 منها بصورة عشوائية) و (B له ثلاثة مستويات) وكررت هذه التجربة في (موقعين تم اختيارها بصورة عشوائية من ستة مواقع) والبيانات موضحة في الجدول رقم (12) أدناه :

جدول (12)
بيانات التجربة الثالثة (Mixed Model)

Location	A	B	Blocks		
			1	2	3
1	1	1	43.8	42.9	41.6
		2	43.4	44.1	44.0
		3	41.6	40.1	40.3
	2	1	39.4	37.6	40.1
		2	42.6	40.8	41.6
		3	40.1	40.2	41.0
	3	1	41.2	41.2	41.1
		2	45.1	43	43.6
		3	41.3	43.0	41.0
2	1	1	41.2	41.8	42.0
		2	42.8	44.7	43.8
		3	39.8	40.1	40.2
	2	1	38.5	12.0	39.2
		2	41.1	39.5	40.5
		3	39.8	40.1	38.9
	3	1	40.1	39.8	40.1
		2	42.8	41.7	41.9
		3	41.3	40.0	40.5

و بتطبيق ما ورد في الجدول رقم (7) على بيانات الجدول رقم (12) أعلاه نحصل على :

جدول (13)
جدول تحليل التباين للتجربة الثالثة

S.O.V	D.F.	S.S.	M.S.	F _{cal.}	F _{tab.}
Location	1	52.61			
Blocks/L	4	57.55			
A	2	142.01	71.01	6.267	19
B	2	115.57	57.78	2.609	9.55
A × B	4	87.83	21.96	1.978	6.39
A × L	2	22.67	11.33	0.819	3.32
B × L	2	22.55	11.28	1.016	6.94
A × B × L	4	44.38	11.10	0.803	2.69
Error	32	442.33	13.82		
Total	53	987.51			

(*) معنوي عند مستوى (0.05)

$$F_B = \frac{57.78}{21.96 + 11.28 - 11.10} = 2.609$$

$$\hat{v}_B = \frac{[22.14]^2}{\frac{[21.96]^2}{(3-1)(3-1)} + \frac{[11.28]^2}{(3-1)(2-1)} - \frac{[11.1]^2}{(3-1)(3-1)(2-1)}} = 3.195 \cong 3$$

5- الاستنتاجات والتوصيات

5-1 الاستنتاجات

أولاً/ بالنسبة للتجربة الاولى (النموذج المقيد) نرى أن

1. العوامل الرئيسية (A,B) ذات تأثير معنوي
2. التفاعلات الثنائية (AB,AL) ذات تأثير معنوي
3. التفاعل الثلاثي (ABL) ذا تأثير معنوي

ثانياً/ بالنسبة للتجربة الثانية (النموذج العشوائي) نرى أن

1. العامل (B) ذا تأثير معنوي
2. التفاعل الثنائي (AL) ذا تأثير معنوي
3. التفاعل الثلاثي (ABL) ذا تأثير معنوي

ثالثاً/ بالنسبة للتجربة الثالثة (النموذج المختلط) نرى انه لا يوجد اي عامل او تفاعل بين العوامل ظهر ذا تأثير معنوي.

5-2 التوصيات

1. يمكن استخدام طرق التحليل التي وردت في الجانب النظري في حالة تكرار التجارب في أكثر من سنة (أي بإبدال تأثير الموقع الذي ورد في النموذج الرياضي وجدول تحليل التباين بتأثير السنة).

2. يمكن تطوير طرق التحليل التي وردت في الجانب النظري في حالة تكرار التجارب في أكثر من سنة ولأكثر من موقع وذلك بإضافة تأثير آخر يخص السنوات بالإضافة الى تأثير المواقع وتغيير ما يستوجب تغييره من (نموذج رياضي ، تقدير تأثيرات ، EMS وبالتالي الوصول الى جدول تحليل التباين).
3. ضرورة استخدام النماذج (العشوائية ، المختلطة) لما توفره من ميزات جيدة عند إجراء التجربة.
4. نوصي الجهات المعنية باختبار تراكيب جديدة ومدى ملائمتها لموقع أو سنة ما باستخدام التجارب العاملة ولجميع أنواع النماذج (مقيدة ، عشوائية ، مختلطة) لما لها من ميزات كثيرة عن التجارب المفردة.
5. كبحوث مستقبلية يمكن التوصية بإجراء تحليل التباين لتجارب وتصاميم أخرى وحالة النماذج (العشوائية ، المختلطة).

6 - المصادر

- 1 - البكري ، حسام عبد الرزاق رشيد (2005)، "تحليل التباين متعدد المتغيرات لتصميم القطع المنشقة - المنشقة" ، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
- 2 - داؤد ، خالد محمد وعبد الياس ، زكي (1990)، "الطرق الإحصائية للأبحاث الزراعية" ، دار الكتب للطباعة والنشر ، جامعة الموصل.
- 3 - الراوي ، خاشع محمود وخلف الله ، عبد العزيز محمد (1980)، "تصميم وتحليل التجارب الزراعية" ، مطابع دار الحكمة للطباعة والنشر.
- 4 - عبد الحسين ، كاظم يحيى (2011) ، "تحليل التباين المركب لمجموعة تجارب متشابهة في القطاع الزراعي" ، رسالة ماجستير مقدمة إلى قسم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
- 5- Kirk ,Roger E. (1982) , " **Experimental Design Procedure for the Behavioral Sciences**",2nd edition Books Publishing Company , California.
- 6- Montgomery , Douglas C. (2009) , "**Design and Analysis of Experiments**" , 7nd edition , John Wiley & sons (Asia) Pte Ltd.