تطبيق البرمجة الخطية وفقاً لنموذج التخصيص

د . عبد المنعم كاظم حمادي
كلية الإدارة الاقتصاد، جامعة بغداد

الملخص

ان نموذج التخصيص (التعيين) هو احد النماذج الخاصة بمسالة النقل والتي هي احدى تطبيقات البرمجة الخطية وهنا نفترض ان هناك عددا من المصادر(Sources) يتطلب تخصيصه الى العدد الذي يساوي من الاماكن المقصودة (Destinations) وان المصادر في هذا النموذج يمكن ان تكون افراد ا و وظائف او مكائن يتطلب تخصيصها لاماكن مقصودة ويمكن ان تكون مهمات او اعمال او وحدات انتاجية تحتاج الى مواد معينة. نفترض ان لدينا (m) من الافراد(عمال, موظفين, خبراء) كل منهم يستطيع ان يؤدي واحدة فقط من الاعمال(n) المراد انجازها وبكفاءة مختلفة ويبنى النموذج بتخصيص(i) من الافراد للمهمة(j) مما يتطلب وقتا قدره (t_{ij}) من وحدات الزمن او كلفة قدرها (C_{ij}) من وحدات العملة لإنجاز هذه المهمة فاذا كانت دالة الهدف تقليل الزمن او الكلفة (minimization) اي ان الهدف تصغير دالة الهدف او تحقيق ربح قدره (P_{ij}) من وحدات العملة من خلال انجاز المهمة اذا كانت دالة الهدف تعظيم الربح (maximization) اي ان الهدف تعظيم دالة الهدف ومن ذلك يعتمد هذا النموذج على توفر(m) من الافراد بتطلب توزيعها على(n) من المهام لإنجازها بغية تحقيق دالة الهدف (max or min) اذا تم تخصيص الافراد(i=1,2,……,m) لإنجاز المهام(j=1,2,……..,n) ومن ذلك تتحقق دالة الهدف سواء كانت تصغير او تعظيم. ان مسالة التخصيص يجب ان تكون مصفوفتها مربعة(n×n) اي تخصيص جهد واحد لعمل واحد فقط , وهذا يعني ان عدد (m) يساوي عدد(n) اما اذا كانت (m > n) او (m < n) هنا يضاف جهد او عمل وهميين(Dummy) تعتمد على حالة الاكبر او الاصغر بين (n , m) ومما تقدم يمكن صياغة نموذج التخصيص رياضيا باستخدام البرمجة الخطية وكما يلي :

1- نفرض ان (X_{ij} = 1) اذا تم تخصيص الجهد (i) الى العمل(j) .

2- نفرض ان (X_{ij} = 0) اذا لم يتم تخصيص الجهد (i) الى العمل (j) .

ومن ذلك يصبح النموذج كالاتي:-

$$\min imize, \max imize Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

$$SoubjectTo:$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, i = 1,2,....., n$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1, j = 1,2,....., n$$

$$X_{ij} = 1 or 0$$

وهناك عدة طرق تستخدم لحل هذا النموذج ومنها الطريقة الهنغارية (Hungarian Method) والتي سنعتمد تطبيقها في هذا البحث .

Linear programming application according to assignment model

Abstract

The second special purpose linear programming (L. P) algorithm discussed in the research is assignment model . Each assignment problem has associated with a matrix Generally, the rows contain the objects or problem we wish to assign, and the columns comprise the takes we want them assigned to The numbers in the matrix 0r the costs associated with each particular assignment . An assignment problem can be viewed as a transportation problem in which capacity from each source (m) or person to be assigned is (1) and the demand at each destination (n) or job to be done is (1) also to get of the objective function (max or min) if assigned a sources (i = 1 , 2 , ……, m) to done a jobs (j = 1 , 2 , ……, n) to reach for objective function (maximization or minimization) . The assignment problem must be square matrix (n × n) . Hanes assignment one source to one job and this means number of (m) equal (n) , if (m > n) or (m < n) here in this case must addition dummy source or dummy destination depend of which more or leas between (m and n) .

The mathematical assignment model by using a linear programming as following :

1 – Suppose $(X_{ij} = 1)$ if assigned a sources (i) to job (j) .

2 – Suppose $(X_{ij} = 0)$ if don't assigned a source (i) to job (j) .

From above we reach to the following model :

$$\min imize, \max imize Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

$SoubjectTo$:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, i = 1,2,.....,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1, j = 1,2,.....,n$$

$$X_{ij} = 1 or 0$$

المقدمة

تعتبر مشكلة التخصيص من أحدى النماذج ألتي تخص مسألة ألنقل ألتي هي إحدى تطبيقات نماذج البرمجة ألخطية (linear programming model) والتي على أساسها نفترض أن لدينا عددا من ألمصادر(Sources) يتطلب تخصيصها ألى نفس العدد من مراكز التوزيع ألمعنية (Destinations) حيث أن ألمصادر قد تكون أفراد أو وظائف أو مكائن يتطلب تخصيصها لمراكز التوزيع والتي قد تكون مهمات أو أعمال أو مخازن بما يضمن تقليل ألوقت أو الكلفة أو تعظيم الأرباح .

نفرض بأن لدينا (m) من الأشخاص كل منهم يستطيع أن يؤدي مهمة واحدة من ألمهمات والتي نفترضها (n) وبكفاءة مختلفة والتي تتطلب أوقاتا أو كلفا مختلفة إذ يجب تخصيص شخص واحد فقط لأداء ألمهمة فعند تخصيص الشخص (i) لتنفيذ ألمهمة (j) فانه يتطلب وفتآ قدره (t_{ij}) من وحدات ألزمن أو كلفة قدرها (C_{ij}) من وحدات العملة لغرض إنجاز ألمهمة ومن ثم تحقيق الهدف ألذي هو ينصب على تخصيص شخص واحد لمهمة واحدة بحيث يكون ألوقت ألكلي أو الكلفة ألكلية للتخصيص أقل ما يمكن أو أعظم ما يمكن أذا كان الهدف تعظيم الأرباح .وهنا يمكن اعتبار مسألة التخصيص كما أشرنا اليها أعلاه حالة خاصة لنموذج ألنقل حيث تمثل ألمصادر (الأشخاص) وتمثل مراكز التوزيع (ألمهمات) .

وتوجد عدة طرائق لحل النماذج ألخاصة بالتخصيص حيث أنها إحدى النماذج ألتي تخص مشاكل ألنقل وتعد من تطبيقات البرمجة ألخطية ومنها ألطريقة الهنكارية (Hungarian Method) وهي طريقة مجربه وأنها تحتاج الى أتباع عدد من الخطوات بعد تهيئة مصفوفة ألوقت أو مصفوفة الكلفة والتي يشترط أنها تكون مصفوفة مربعة ($n \times n$) والتي سيتم تناول ذلك في الجانب التطبيقي من البحث .

1 - 1 أهمية البحث:

تتلخص أهمية البحث على تخصيص مصادر (موارد معينة) إلى عدد من مراكز الطلب (محلات التوزيع) بالشكل ألذي يقلل كلفة التخصيص الى أقل ما يمكن (Minimization) .

1 - 2 هدف البحث:

يهدف البحث إلى توضيح الجوانب النظرية لمشكلة التخصيص و التعرف بها وتوفير نموذج تطبيقي لبيان حالة تخفيض كلفة تخصيص الموارد (Source) ألي عدد من مراكز البيع (Destinations) الى اقل حد ممكن اي تحقيق الكلفة المثلا , وأمكانية استخدام ذلك في وحدات اقتصادية او أداريه لتحقيق الاهداف المرجوة في تقليل الكلف وتعظيم الارباح .

1-3 مشكلة البحث :

تكمن مشكلة البحث في ان اغلب الوحدات الاقتصادية او الادارية في العراق تعتمد أساليب بدائية في عملية التخصيص مما يؤدي الى هدر كبير في الوقت وزيادة في الكلف, في حين ان نموذج التخصيص قيد البحث يوفر حلاً للمشكلات التي تستدعي توزيع المهام على الموارد المتاحة من خلال التوصل الى التخصيص الامثل و بالشكل الذي يحقق الامثلية للوقت مع تقليل التكاليف.

1-4 أسلوب البحث :

بغية تحقيق الاهداف المرجوة من البحث فقد تم تقسيم الدراسة تاى قسمين الاول القسم النظري والذي تم من خلاله التعريف بنموذج التخصيص وافتراضاته وكذلك طرائق حله , أما القسم الثاني فقد أختص بالجانب التطبيقي باختيار مطبعة الصباح المتخصصة في طبع صحيفة الصباح اليومية في العراق كنموذج لمشكلة التخصيص مدار البحث بعد الحصول على البيانات المتعلقة بالبحث من أدارة المطبعة المذكورة أعلاه .

الجانب النظري

يعد التخصيص جزء من النشاطات الاقتصادية التي تقوم بها الإدارات وألتي تهدف للحصول على الكلفة المثلى (Optimal Cost) أي جعل كلفة التخصيص أقل ما يمكن (Minimization) ولذلك فان التخطيط العلمي لعملية التخصيص تهدف إلى تقليل تكاليف التخصيص أو تقليل الزمن الكلي اللازم للتخصيص. إن إدارة المنشأة تسعى إلى تحقيق الهدف من استخدام نموذج التخصيص (Assignment Model) وهو تحقيق أقل كلف التخصيص من كل مصدر (Source) إلى مراكز التوزيع (Destination) [2] .

يتناول هذا الجزء حالة خاصة من حالات أسلوب البرمجة الخطية, وهو أسلوب التخصيص (Assignment Model) , فعلى الرغم من أن مشكلة التخصيص يمكن حلها باستخدام ألطريقة المبسطة (Simplex Method), إلا أن الحالات الخاصة التي تتميز بها تجعل من الأسهل أن يتم حلها عن طريق بعض الأساليب الموضوعية تحديداً لها.

2 - 1 مشكلة التخصيص (Assignment Problem) :

تتركز مشكلة التخصيص بصفة عامة على حالة تخصيص موارد معينة من مصادر (Sources) إلى مراكز طلب (Destinations) مختلفة لكل منها طلب محدد ومعروف. وقد يكون الهدف من ذلك هو تخفيض تكاليف التوزيع إلى أقل حد ممكن وهي الحالة الغالبة, أو تعظيم الربح إلى أقصى حد ممكن [3] .

ويتضح من ذلك أن الكميات التي سوف يتم تخصيصها من المصادر إلى مراكز البيع يفترض أنها موارد, وعلى ذلك فإن التخصيص للمركز الأول من المصدر الأول مثلاً يختلف كثيراً عن عملية التخصيص إلى المركز الأول من أي مصدر آخر توجد فيه الموارد. فالموارد الموجودة في المصادر المختلفة مختلفة تماماً من حيث الكفاءة أو المواصفات أو درجة الجودة . كذلك يفترض أن لا تكون هناك أية أنواع من القيود الأخرى إلى جانب قيود الموارد (Sources) . والمطلوب في مثل هذا النوع من المشاكل الوصول إلى آلية تخصيص الموارد من كل مصدر إلى كل مركز في حدود الإمكانية المتاحة وبشكل لا يتجاوز مقدار الطلب اللازم في كل المراكز بحيث يقلل إجمالي تكاليف أو وقت التخصيص إلى أقل حد ممكن [3] .

2- 2 الافتراضات المطلوبة في نموذج التخصيص [4]:

إن الافتراضات الأساسية التي يبنى عليها نموذج التخصيص هي كالآتي:

1- نفترض ان لدينا (m) من الافراد(موارد) كل منهم يستطيع ان يؤدي مهمة واحدة فقط من المهام (n) المراد انجازها وبكفاءة مختلفة

2- يبنى النموذج بتخصيص (i) من الافراد للمهمة (J) مما يتطلب وقتا قدره (t_{ij}) من وحدات الزمن او بكلفة قدرها (C_{ij}) من وحدات العملة لإنجاز هذه المهمة .

3- اذا كانت دالة الهدف تقليل الزمن او الكلفة (minimization) بمعنى ان الهدف هو تصغير دالة الهدف أما إذا كان تحقيق ربح قدره (P_{ij}) من وحدات العملة من خلال انجاز المهمة فأن دالة الهدف هي تعظيم الربح (maximization) بمعنى ان الهدف هو تعظيم دالة الهدف وبشكل عام يعتمد هذا النموذج على توفر(m) من الافراد يتطلب توزيعها على(n) من المهام لإنجازها بغية تحقيق دالة الهدف (maximization or minimization) فيما اذا تم تخصيص الافراد(i=1,2,……,m) لإنجاز المهام (j=1,2,……..,n) وقد تتحقق دالة الهدف سواء كانت تصغير او تعظيم ومن ذلك تترتب كلفة مقدارها (C_{ij}) والهدف هو تخصيص الأشخاص (الأعمال) للمهام (المكائن) .

ويمكن اعتبار صياغة هذه المسألة حالة خاصة لنموذج ألنقل كما أشرنا سابقا حيث أن هؤلاء الأشخاص (أو الأعمال) تمثل الموارد (Sources) والمهام (أو المكائن) تمثل مراكز الطلب (Destinations) , كما أن التجهيز (أو ألكمية ألمتاحة) في كل مصدر هي واحد وهذا يعني أن S_i (=1) لجميع قيم (i) ويكون الطلب هو واحد أيضا أي أن (D_j =1) لجميع قيم (j) وان كلفة (تخصيص) العمل (i) للماكنة (j) هي (C_{ij}), أما إذا كان عمل معين لا يمكن تخصيصه (إنجازه) لماكنه معينه فان الكلفة المناظرة (C_{ij}) سنفترض أن تكون عالية جدا وتعطى لها قيمة (m) وعليه سيكون لتمثيل ألعام لنموذج التخصيص كما موضح بالشكل الآتي :

ألموارد (عمل) \ ألمهمه (ماكنة)	1	2	3	.	n
1	C_{11}	C_{12}	.	.	C_{1n}
2	C_{21}	C_{22}	.	.	C_{2n}
3	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
m	C_{m1}	C_{m2}	.	.	C_{mn}

4 - ان مسالة التخصيص يجب ان تكون مصفوفتها مربعة(n × n) اي تخصيص جهد واحد لعمل واحد فقط , وهذا يعني ان عدد (m) يساوي عدد(n) .

5- اذا كانت (m > n) او (m < n) هنا يضاف جهد او عمل وهميين(Dummy) تعتمد على حالة الاكبر او الاصغر بين (n , m) .

6 - يمكن صياغة نموذج التخصيص رياضيا باستخدام البرمجة الخطية وكما يلي :

أ - نفترض ان (X_{ij} = 1) اذا تم تخصيص الجهد (i) الى العمل(j) .

ب - نفترض ان (X_{ij} = 0) اذا لم يتم تخصيص الجهد (i) الى العمل (j) .

وبذلك يصبح النموذج كالاتي:-

$$\min imize, \max imize Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

$$Soubject To :$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, i = 1,2,.....,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1, j = 1,2,.....,n$$

$$X_{ij} = 1 or 0$$

إن ألحل ألأمثل لمسألة التخصيص أو أي حل آخر ضمن حدود القيود ألمفروضة للمشكلة يجب أن يكون بشكل يؤدي الى تخصيص واحد لا غير لأي صف أو عمود معينين في مصفوفة ألمردود .

3-2 حل نموذج التخصيص :

لقد لاحظنا من صيغة نموذج التخصيص أن هذا ألنموذج هو أحد تطبيقات البرمجة ألخطية وقد ذكرنا هنالك عدة طرائق لحل مثل هذا ألنموذج ومنها ألطريقة الهنكارية (Hungarian Method) لحل مسألة التخصيص والتي تعتمد على عدة خطوات ولكن قبل ذلك ينغي اشتقاق مصفوفة الكلفة ($n \times n$) لعناصر الكلفة (C_{ij}) من مصفوفة ألمردود للمسألة .

تكمن أهمية هذه ألمصفوفة في كونها توفر البدائل ألممكنة ألتي تجعل احتمال تكاليف ألفرصة تساوي صفرا لبعض أو جميع التخصيصات وتسمى في بعض الأحيان بمصفوفة الفرصة , وبعد تهيئة ألمصفوفة المربعة نتبع خطوات ألحل الآتية :

1- تطرح من كل صف أصغر عنصر بكلفة (C_{ij}) من العناصر (أو الخلايا) ألأخرى في ألصف نفسه حيث نحصل من ذلك على صفر واحد على ألأقل في كل صف .

2- تطرح من كل عمود أصغر عنصر كلفة (C_{ij}) من العناصر ألأخرى في العمود نفسه فنحصل من ذلك على صفر واحد على ألأقل في كل عمود .

3- نختبر التخصيص ألأمثل للمصفوفة ألتي حصلنا عليها بتطبيق الخطوتين أعلاه من بين العناصر ألتي قيمتها صفرا باتباع الآتي :

أولا: نفحص الصفوف أولا , نجد فيما إذا كان في ألصف صفر واحد , فاذا كان فيه صفر نجري التخصيص في ألخلية (أو العنصر) ألتي قيمتها صفر ونحذف جميع الأصفار في العمود ألذي يحتوي على هذه ألخلية, نكرر هذه الخطوة لجميع الصفوف حيث أن (I = 1, 2, ……., n) .

ثانيا : نفحص الأعمدة هل إنها تحتوي على أصفار فاذا احتوى العمود على صفرا نجري عملية التخصيص في ألخلية ألتي قيمتها صفر ونحذف جميع الأصفار في نفس ألصف ألذي يحتوي على هذه ألخلية أما إذا لم يحتوي العمود على صفر فنطرح أقل قيمة فيه من نفس ألقيمة وقيم الأعمدة ألأخرى للحصول على صفر , نكرر هذه أخطوه لجميع ألأعمده (j = 1 , 2 , ……., m) .

ثالثا : نكرر الخطوتين ألمذكورتين أعلاه كي لا يبقى لدينا أي صف أو عمود فيه صفر وغير مخصص.

رابعا : في هذه الخطوة نجد إنه أما لا يوجد صفر أو صفران أو أكثر في كل صف وعمود غير مخصصين فاذا تمكنا من الحصول على تخصيص نتوقف ويعتبر هذا هو ألحل الأمثل للمسألة أما اذا لم نتمكن من الحصول على تخصيص (في كل عمود صفر واحد وفي كل صف صفر واحد) ننتقل إلى الخطوة التالية.

4 - في حالة عدم حصولنا على تخصيص أمثل نقوم برسم أقل عدد ممكن من الخطوط ألأفقية والعمودية ألتي تغطي (تمر فوق) جميع الخلايا ألتي تحتوي أصفارا (الخط هنا صف أو عمود) في مصفوفة ألمردود (الكلفة) بحيث يكون التخصيص ألكامل لهذه الخلايا يؤدي ألي كلفة قيمتها صفر .أما إذا كان التخصيص في الخطوة (3) قد جرى بشكل صحيح فان عدد الخطوط سيكون مساويا لعدد الخلايا ألمخصصة فاذا كان هذا العدد يساوي (n) فهذا يعني حصلنا على أمثل تخصيص تم ألتوصل إليه، أما إذا كان أقل من (n) ننتقل الى الخطوة الآتية .

5 - نحور ألمصفوفة للحصول على التخصيص ألأمثل وكما يلي :
أولا : نطرح أقل قيمة (عنصر) موجوده في الخلايا غير المغطاة (مكشوفة) بالخطوط في مصفوفة الكلفة من جميع الخلايا ألأخرى غير المغطاة .
ثانيا : نضيف ألقيمة (العنصر) ألصغرى نفسها ألي تلك الخلايا ألتي تقع عند تقاطع الخطوط ألمرسومة فقط .
ثالثا : نترك الخلايا المتبقية ألأخرى بدون تغيير , وبعد ذلك نفحص ألمصفوفة بحثا عن ألحل ألأمثل مرة ثانية حيث أن الخطوة (5) تعطينا على ألأقل صفر واحد أو أكثر في ألمصفوفة , نعود الى تطبيق الخطوة (1) بالمصفوفة ألجديدة.

3 - الجانب التطبيقي

يعتمد تطبيق البرمجة ألخطية (Linear Programming L.P) وفقآ لنموذج التخصيص(Assignment Model) ألذي تم ألتوصل إليه في الجانب ألنظري على كيفية تخصيص الموارد على مراكز الطلب أي تخصيص الأشخاص على المهام (Jobs) لغرض الحصول على أقل الكلفة (Minimization Cost) .

ولأجل تطبيق أسلوب التخصيص للحصول على أفضل كلفة كلية ممكنة للتخصيص , اختار الباحث مطبعة ألصباح ألمتخصصة بطبع صحيفة الصباح اليومية وهي صحيفة عراقية يومية واقعه في محافظة بغداد ولديها ثلاثة وكلاء والذين يمثلون هنا في هذه ألمشكلة ألمصادر (Sources or jobs) وكذلك التعرف على كيفية توزيعها على ثلاثة مكاتب توزيع واقعة في ثلاث محافظات عراقية والتي تمثل مكاتب التوزيع (Destinations or task) وهي: (مكتب محافظة بابل ومكتب محافظة ألمثنى ومكتب محافظة صلاح ألدين)، وقد تم الحصول على البيانات ألتي تخص البحث (عدد الوكلاء ألمعنيين وكذلك عدد مكاتب التوزيع ومواقعها) من خلال ألمقابلة ألمباشرة مع مالك المطبعة ألمذكورة أعلاه [6] .

3 -1 تصنيف البيانات:

لقد تم تصميم جدول البيانات يمثل عدد الصحف ألمذكورة أعلاه (ألمطبوعة والموزعة ليوم 2012/3/19) , وبعد إجراء ألعملية ألإحصائية تبين الآتي :
1 – إن عدد الوكلاء ألمعنيين بالدراسة (Sources)هم ثلاثة وكلاء .
2 - إن عدد مكاتب بيع الصحف ألمعنية (Destinations) ثلاثة مكاتب تقع في ثلاث محافظات عراقية.
3 - عدد الصحف ألمطبوعة والموزعة (10300) نسخه في يوم الأثنين ألموافق 19 / 3 / 2012 وكما في الجدول ألموضح رقم (1) .

جدول (1)
يمثل توزيع الصحف على وكلاء بحسب مكاتب البيع في يوم 19 / 3 / 2012

مكتب ألبيع ألوكلاء	مكتب محافظة بابل	مكتب محافظة ألمثنى	مكتب محافظة صلاح ألدين
ألأول	800	1100	1200
ألثاني	500	1600	1300
ألثالث	500	1000	2300

الجدول من إعداد ألباحث .

4 – إن كلفة طبع الصحيفة الواحدة (100) دينار مائة دينار عراقي ومن ذلك تصبح كلف التخصيص كما مبينة في الجدول رقم (2) (كلفة التخصيص تساوي حاصل ضرب عدد الصحف × 100) .

جدول (2)
يمثل كلف المطبوعات بالدينار العراقي الموزعة على وكلاء بحسب مكاتب البيع في العراق ليوم 2012/3/19

مكتب ألبيع ألوكلاء	مكتب محافظة بابل	مكتب محافظة ألمثنى	مكتب محافظة صلاح ألدين
ألأول	80.000	110.000	120.000
ألثاني	50.000	160.000	130.000
ألثالث	50.000	100.000	230.000

الجدول من إعداد ألباحث .

ويمثل الجدول أعلاه مصفوفة الكلف (Cost Matrix) وهي مصفوفة مربعة (n × n) إذ تحققت فيها شروط عملية التخصيص حيث يمكن أجراء التخصيص وذلك طبقا للخطوات ألتي أشرنا إليها في الجانب ألنظري (الفقرة 2 - 3 لحل نموذج التخصيص) .
5 – اتضح بعد تزايد الطلب على الصحيفة ألمذكورة (صحيفة ألصباح اليومية) بوجود ضرورة ملحة لفتح مكتب بيع رابع في محافظة ديالى حيث بلغ عدد الصحف ألتي طلبت من قبل مكتب البيع ألجديد 1000 صحيفة من الوكيل ألأول و 800 صحيفة من المكتب ألثاني و 1500 صحيفة من الوكيل الثالث كما وأن كلف التخصيص من الوكلاء الثلاثة إلى محافظة ديالى تساوي(100.000 , 80.000, 150.000) ألف دينار عراقي على ألتوالي وبسبب هذا التغيير تصبح مصفوفة الكلف غير متوازنة (Unbalance) أي أن (n < m) أي أن عدد الصفوف (m = 3) أقل من عدد الأعمدة (n = 4) وهنا بظهور حالة عدم تساوي عدد الصفوف مع عدد الأعمدة يجب أضافة صف وهمي (Dummy Row) كي نحصل على حالة ألتوازن أي (n× n)، كما وان اعداد الوكيل ألوهمي تساوي صفر والتي تنعكس على الكلف فتساوي صفر أيضا.

6 – تصبح مصفوفة الكلفة بعد أضافة ألصف ألوهمي كما في الجدول (3) .

جدول (3)

مكتب البيع الوكلاء	مكتب محافظة بابل (بالدينار)	مكتب محافظة ألمثنى (بالدينار)	مكتب محافظة صلاح ألدين (بالدينار)	مكتب محافظة ديالى (بالدينار)
ألأول	80.000	110.000	120.000	100.000
ألثاني	50.000	160.000	130.000	80.000
ألثالث	50.000	100.000	230.000	150.000
Dummy	0	0	0	0

الجدول من إعداد ألباحث .

7 – بتطبيق خطوات حل مصفوفة التخصيص ألمتوازنة (عدد الصفوف تساوي عدد الأعمدة) حيث نقوم بطرح أقل قيمة في كل صف من نفس ألقيمة والقيم ألأخرى في ألمصفوفة (ألقيم ألملونة باللون ألأحمر في ألمصفوفة ألسابقة) فنحصل على ألمصفوفة ألجديدة والتي تحتوي على أصفار في صفوف واعمدة ألمصفوفة وكما مبين أدناه .

مكتب ألبيع ألوكلاء	مكتب محافظة بابل	مكتب محافظة ألمثنى	مكتب محافظة صلاح ألدين	مكتب محافظة ديالى
ألأول	0	30	40	20
ألثاني	0	110	80	30
ألثالث	0	50	180	100
Dummy	0	0	0	0

وهنا نقوم بتغطية العمود ألأول والصف ألرابع (التي تحتوي على أصفار) ثم نقوم بطرح ألقيمة (20) والمؤشرة باللون ألأحمر والتي تمثل اقل قيمة غير مغطاة من ألقيم ألمكشوفة ونضيفها (20) ألى ألقيم ألمتقاطعة وهنا لم نحصل على مصفوفة التخصيص المثلى أي التغطية تمت بخطين وليس بأربعة خطوط فنحصل على ألمصفوفة ألجديدة التالية .

مكتب ألبيع ألوكلاء	مكتب محافظة بابل	مكتب محافظة ألمثنى	مكتب محافظة صلاح ألدين	مكتب محافظة ديالى
ألأول	0	10	20	0
ألثاني	0	90	60	10
ألثالث	0	30	160	80
Dummy	20	0	0	0

ولا تعتبر هذه ألمصفوفة مصفوفة مثلى لحصولنا على ثلاثة خطوط (ثلاث تغطيات أي عدم تمكننا من التغطية بأربعة خطوط) ولذلك نغطي العمود ألأول والعمود ألرابع والصف ألرابع (ألتي تحتوي على صفرين فأكثر) وبعد ذلك نطرح ألقيمة (10) والتي هي أقل قيمة مكشوفة (غير مغطاة) من ألقيم ألمكشوفة ونضيف هذه ألقيمة إلى ألقيم ألمتقاطعة كما اجريناه في ألمصفوفة ألسابقة فنحصل على ألمصفوفة ألجديدة الآتية:

مكتب البيع الوكلاء	مكتب محافظة بابل (بالدينار)	مكتب محافظة ألمثنى (بالدينار)	مكتب محافظة صلاح ألدين (بالدينار)	مكتب محافظة ديالى (بالدينار)
ألأول	0	0	10	0
ألثاني	0	80	50	10
الثالث	0	20	150	80
Dummy	30	0	0	10

ولعدم حصولنا على ألمصفوفة المثلى (تغطية بأربعة خطوط) والتي يجب أن تساوي عدد الخطوط عدد صفوف أو أعمدة ألمصفوفة المربعة ألتي حصلنا عليها حيث تمكنا أن نغطي بثلاثة خطوط فقط ولذلك نقوم بطرح واضافة ألقيمة (10) ووفق ما أجري في الخطوة ألسابقة فنحصل على ألمصفوفة ألجديدة الآتي:

مكتب البيع الوكلاء	مكتب محافظة بابل (بالدينار)	مكتب محافظة ألمثنى (بالدينار)	مكتب محافظة صلاح ألدين (بالدينار)	مكتب محافظة ديالى (بالدينار)
ألأول	19	0	10	0
ألثاني	0	70	40	0
الثالث	0	10	140	70
Dummy	40	0	0	10

وفي هذه ألمصفوفة فقد حصلنا على صفرين فأكثر في كل صفوف ألمصفوفة وبعد ذلك تم تغطية الأصفار بأربعة خطوط التي غطت أصفار الصف ألأول والثاني والرابع والعمود ألأول وفي هذه الحالة تحققت شروط ألحل ألتي اعتمدناها في الجانب ألنظري من البحث أي توصلنا الى مصفوفة التخصيص الأمثل (التخصيص يكون للأصفار ألملونة باللون الأحمر من ألمصفوفة أعلاه) ومن ثم نطبق نموذج التخصيص (Assignment Model) لنحصل على الكلفة المثلى وكالآتي :

$$\min imize, \max imize Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} Xi_j$$

$SoubjectTo$:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, i = 1,2,.....,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1, j = 1,2,.....,n$$

$$X_{ij} = 1 or 0$$

$$\therefore TotalCost.(T.C) = 1100 + 800 + 500 + 0 = 2400$$

$$= 2400 \times 100 = 240.000 Thousand.I.D$$

2-3 الحل باستخدام الحاسوب (*تحليل الحساسية لحالة تقليل الكلف*) :

تم تطبيق البرنامج الجاهز والذي يسمى تطبيقات وتحليلات النظام الكمي للأعمال (Win QSB – Quantity System Business) للحصول على النتائج التي تطابق النتائج التي حصلنا عليها عند تطبيق اسلوب التخصيص الذي يعتبر احد اساليب النقل والتي هي احدى اساليب البرمجة الخطية .الجدول الاتي يبين نتائج الحل الامثل باستخدام البرنامج الجاهز (QSB) .

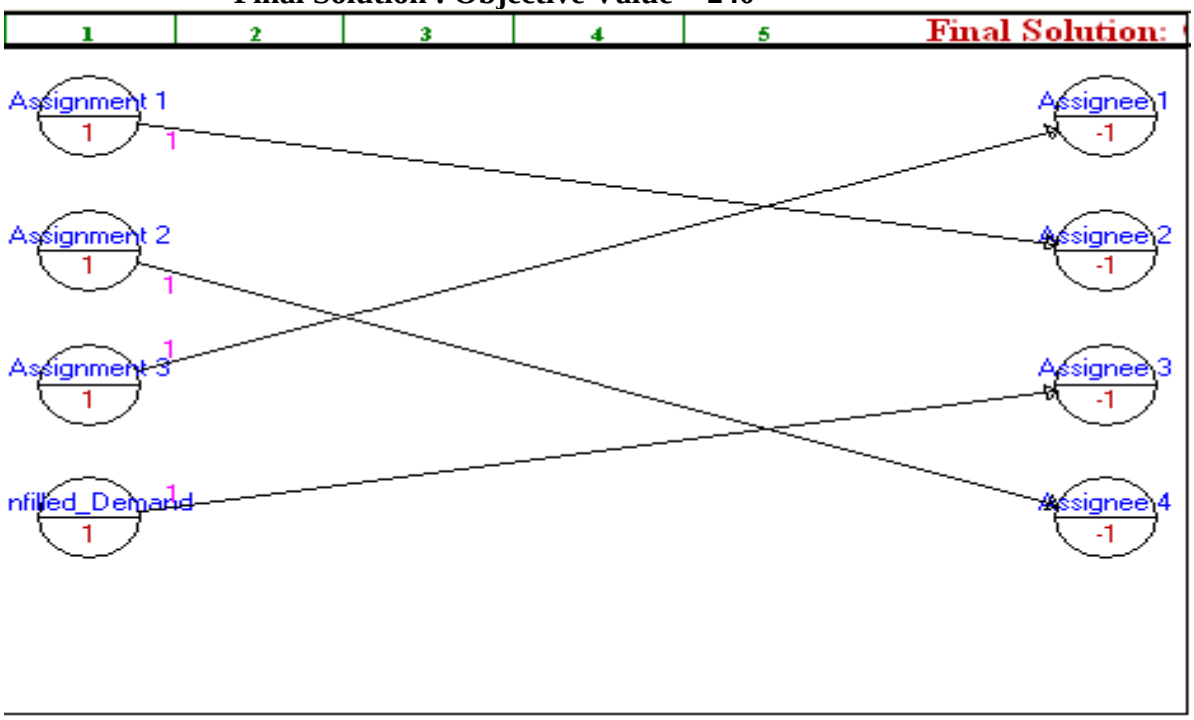
Solution for lp : Minimization (Assignment Problem) page 1of 1

10-18-2011	From	To	Assignment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Assignment 1	Assignee 2	1	110	110	0
2	Assignment 2	Assignee 4	1	80	80	0
3	Assignment 3	Assignee 1	1	50	50	0
4	Unfilled_Demand	Assignee 3	1	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	240	

يتبين من الجدول اعلاه بانه يتم تخصيص الوكيل الاول الى مكتب محافظة المثنى والوكيل الثاني الى مكتب محافظة ديالى والوكيل الثالث الى محافظة بابل واجمالي تكاليف 240 وحدة نقدية. والشكل البياني الاتي يبين مخطط التخصيص لوكلاء المكاتب.

Graphic Solution for lp : Minimization (Assignment Problem)

Final Solution : Objective Value = 240



3- 3 الاستنتاجات :

من خلال النظر الى مصفوفة التخصيص المثلى ألنهائية (ألمصفوفة ألأخيرة) يتبين ما يلي :

أولاً : أن تخصيص وكلاء البيع (Sources) لمكاتب التوزيع في ألمحافظات (Destinations) أصبح كالآتي :

1 – تخصيص الوكيل ألأول إلى مكتب توزيع محافظة ألمثنى.
2 – تخصيص الوكيل ألثاني إلى مكتب توزيع محافظة ديالى.
3 – تخصيص الوكيل الثالث إلى مكتب توزيع محافظة بابل.
4- تخصيص الوكيل ألرابع (Dummy) إلى مكتب توزيع محافظة صلاح ألدين .

ثانياً : من حالة التخصيص (4) أعلاه يتضح عدم تخصيص وكيل إلى محافظة صلاح ألدين أي عدم فتح مكتب توزيع في المحافظة ألمذكورة .

ثالثاً : أن الكلفة ألكلية لتخصيص الوكلاء إلى مكاتب التوزيع في ألمحافظات تساوي (240.000) ألف دينار عراقي يوميا .

رابعاً : كانت قيمة كلفة التخصيص ألكلية التي حصلنا عليها باستخدام النظام الجاهز (Q S B) تساوي قيمة الكلفة الكلية التي حصلنا عليها بالجانب العملي وهذا ما يثبت صحة النتائج التي توصلنا اليها .

4 - التوصيات :

في ضوء النتائج ألمذكورة في الجانب ألتطبيقي أعلاه تم ألتوصل إلى أهم التوصيات وكما يأتي :

1- لا يمكن إجراء التخصيص مالم تكن مصفوفة التخصيص في حالة توازن أي يجب أن تكون مصفوفة مربعة ($n \times n$) ، وهذا يعني أن عدد الصفوف يساوي عدد الأعمدة .
2- عدم فتح مكتب توزيع في محافظة صلاح ألدين لكون أن الوكيل ألرابع هو وكيل وهمي (Dummy) عليه نوصي بفتح مكتب رابع في صلاح الدين.
3- تطابق الحل بالطريقة الهنكارية مع نتائج الحل الأمثل باستخدام البرنامج الجاهز (QSB) عليه نوصي باعتمادها.

مصادر البحث

المصادر العربية

1- التميمي حسين عبد الله, 1997, إدارة الإنتاج والعمليات (مدخل كمي) الطبعة الأولى, دار الفكر, عمان 87 - 94.
2- الطائي ضاري خالد والعتيبي عبد الحميد مروان والعشاري محمد عمر , 2009 تطبيقات وتحليلات النظام الكمي للاعمال , مكتبة الذاكرة, بغداد .
3- قاسم أحمد رفيق,1992- المدخل إلى بحوث العمليات, منشورات جامعة حلب.
4- ماضي محمد توفيق، 1987- أساليب الكمية في مجال إدارة الإنتاج والعمليات، الإسكندرية، الكتاب العربي الحديث، 56-74
5- مشرقي حسن, القاضي زياد, 1997, بحوث العمليات (تحليل كمي في الإدارة), دار المسيرة, عمان 102 - 117.

المصادر الاجنبية

6- BARRY RENDER , RALPH M , 2004 – Quantitative analysis for management 9th Edition , 428 - 437 .
7- HAMDY A.T., 1987- OperationsResearch, 4th Edition, 171 – 181.
8- NEBOL E., 1987- Macro Production Planning: An Applied Research Project, *Interfaces*,17,71-77, 1987.