مقارنة بعض معايير تشخيص انموذج ARX بأستعمال ألمحاكاة

بحث مستل من رسالة ألماجستير ألمعنونة "مقارنة بعض معايير تشخيص وطرائق تقدير انموذج ARX مع تطبيق عملي على سعر صرف ألدينار ألعراقي"

د.فراس أحمد محمد
استاذ مساعد
قسم ألاحصاء/كلية ألادارة وألأقتصاد/جامعة بغداد

عبدالرحمن جاسم محمد
باحث
قسم ألاحصاء/كلية ألادارة وألأقتصاد/جامعة بغداد

firasmohana@yahoo.comabdalrahmanmoon@yahoo.com

ألمستخلص

يعد أنموذج ARX من ألنماذج ألمهمة في موضوع تحليل ألسلاسل ألزمنية، وهنالك خطوات عديدة ومتسلسلة لغرض بناء هذا الانموذج ومن هذه ألخطوات تشخيص رتب ألانموذج. وقد تم في هذا ألبحث مقارنة أربع معايير للتشخيص وهي معيار معلومات أكياكي (AIC)، ومعيار بعد ألوصف ألأصغر (MDL)، ومعيار Hannan&Quinn(HQIC)، والوسيط للمعيارين (MDL) و (HQIC) وسيرمز له (MMH). و تمت ألمقارنة في مجال ألزمن Time Domain بأستعمال ألمحاكاة استنادا الى عدد ألمرات ألتي ينجح فيها كل معيار في أختيار ألرتب ألصحيحة للأنموذجو لأربعة نماذج ARX برتب مختلفة (1,1,1),(1,2,1), (2,2,1)(2,1,1), وعند حجوم عينات مختلفة. وقد تبين أن ألمعايير MDL, HQIC, MMH كفوءة في اختيار رتب ألأنموذج، ولكن بشكل عام معيار MDL هو ألافضل.

Comparison of Some Identification criteria for ARX Model by Using Simulation

Abstract

ARX model is considered as one of the important models in time series analysis, and there are several and serial steps for building this model, one from those steps is orders identification. In this paper a comparison has been conducted between four criteria: Akaike information criterion (AIC), Minimum description length (MDL), Hannan and Quinn information criterion (HQIC), and the median between MDL and HQIC and denoted (MMH). The comparison carried out in time domain by using simulation, standing to number of success for each criterion in true order selection of model and for four ARX models with different orders (1,1,1), (2,1,1), (1,2,1), (2,2,1) in different samples sizes. And to become obvious that the criteria MDL, HQIC, MMH efficient in order selection, but in general MDL criterion is the best one.

ألمبحث ألأول/ منهجية ألبحث:

1 -ألمقدمة:

من ألمعلوم أن أنموذج ARX من النماذج واسعة ألاستعمال في ألمجالات ألهندسية وألاقتصادية حيث أنه يجمع بين اعتماد ألمتغير ألمعتمد على قيم تخلفاته lags (كما في ألنماذج ألتقليدية للسلاسل ألزمنية) واعتماده على متغير أو متغيرات خارجية وقيم تخلفاتها، وهو أحد نماذج دالة ألتحويل Transfer function models. ويعد ألتشخيص خطوة مهمة من خطوات بناء نماذج ألسلاسل ألزمنية بشكل عام (ومنها أنموذج ARX)، وهو موضوع جذب ألكثير من ألباحثين على مر ألسنين ولذا فأن هنالك ألكثير من ألمعايير لحل هذه ألمشكلة، ولكن هذه ألمعايير تستند الى اعتبارات نظرية تتعلق بالخصائص ألمحاذية Asymptotic properties للمقدرات ألناتجة، ولذلك فأن ألمشاكل عادة ماتكون في ألعينات ألمحدودة وهنا تبرز ألحاجة الى ألمحاكاة.

2 -مشكلة ألبحث :

ان كثيراً من ألنماذج ألتي تبنى لبيانات ألسلاسل ألزمنية تبنى على أساس اعتماد ألمتغير ألمعتمد على قيم تخلفاته مثل انموذج ألانحدار ألذاتي AR، دون ألاعتماد على متغير أو عدة متغيرات توضيحية تؤثر عليه (ألسببية بين ألمتغيرات). أو قد يتم أخذ مبدأ ألسببية بين ألمتغيرات في ألحسبان ولكن مع اهمال عامل ألزمن كما في نماذج ألانحدار ألتقليدية في حين أن ألزمن عامل بالغ ألأهمية ولا يجوز اهماله. وبما أن أنموذج ARX يحل هذا ألاشكال فلابد من دراسة خطوات بناء هذا ألانموذج، ومن أهم هذه ألخطوات خطوة تشخيص رتب ألانموذج. وبما ان هنالك ألكثير من ألمعايير ألتي تستخدم لهذا ألغرض لذا تبرز ألحاجة الى مقارنتها لتحديد ألمعيار ألأوثق في اختيار ألرتب ألصحيحة.

3 -ألهدف من ألبحث :

ان ألهدف من هذا ألبحث مقارنة معايير ألتشخيص ألتالية: معيار معلومات اكياكي AIC، معيار معلومات أكياكي ألبيزي او يسمى بعد ألوصف ألاصغر MDL، معيار Hannan Quinn ويرمز له HQIC، وألوسيط للمعيارين MDL و HQIC والذي سيرمز له MMH.

4 -أهمية ألبحث :

من ألمعلوم أن اختيار ألرتبة غير ألصحيحة يمكن أن ينتج تقديرات غير متسقة للمعلمات اذا كانت ألرتبة ألتقديرية أصغر من ألرتبة ألصحيحة. أو قد تكون ألتقديرات غير متسقة وذات تباين عالي اذا كانت ألرتبة ألتقديرية اكبر من ألرتبة ألصحيحة. ولذا فان من ألمهم تحديد ألمعيار أو ألمعايير ذات ألكفاءة ألعالية في تحديد رتب ألانموذج. وبسبب عدم وجود بحوث تقارن بين أداء معايير ألتشخيص ألمختلفة في تحديد رتب أنموذج ARX فان من ألمهم اجراء هذا ألبحث.

5 -فرضية ألبحث :

ان ألفرض ألاساسي في هذا ألبحث هو أن حد ألخطأ يتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط يساوي صفر وتباين محدد، أي أنه يمثل ضوضاء أبيض White Noise. وقد تم تحقيق هذا ألفرض في ألجانب ألتجريبي، ومن ثم تم اختيار رتب محددة تم توليد ألبيانات على أساسها وهذه ألرتب (1,1,1) ,(2,1,1) ,(1,2,1) ,(2,2,1) وأما قيم ألمعلمات فقد تم اختيارها عشوائياً وضمن حدود ألاستقرارية لكل انموذج.

ألمبحث ألثاني/ ألجانب ألنظري:

1 - انموذج ARX[1]

ان هذا ألانموذج يربط سلسلة ألمدخلات مع سلسلة ألمخرجات بواسطة نظام حركي Dynamic System ويكتب كما يلي

$$\begin{aligned} y(t) = -a_1 y(t-1) - \cdots - a_{n_a} y(t-n_a) + b_{n_k} u(t-n_k) \\ + \cdots + b_{n_b+n_k-1}\, u(t-n_b-n_k+1) \\ + e(t) \qquad \cdots (1) \end{aligned}$$

أو يكتب بأستعمال متعددات ألحدود كما يلي

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t) \qquad \cdots (2)$$

حيث

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_{n_a} q^{-n_a} \qquad \cdots (3)$$

$$B(q) = b_{n_k} q^{-n_k} + \cdots + b_{n_b+n_k-1} q^{-n_b-n_k+1} \qquad \cdots (4)$$

اذ ان

q^{-1} يمثل عملية ألارتداد ألزمني Backshift Operator

y(t) يمثل ألمتغير ألمعتمد في ألوقت t

u(t) يمثل ألمتغير ألتوضيحي في ألوقت t

e(t) يمثل حد ألخطأ ألعشوائي في ألوقت t والذي يتبع ألتوزيع ألطبيعي بمتوسط صفر وتباين ثابت (White Noise)

n_a يمثل رتبة تخلفات المتغير ألمعتمد

n_b يمثل رتبة تخلفات المتغير ألتوضيحي

n_kيمثل تخلف ألمخرج عن ألمدخل

2 - معايير ألتشخيص:[2],[3],[4],[5]

ان معظم معايير ألتشخيص تأخذ ألصيغة ألتالية

$$T+\alpha\,\frac{d}{n} \qquad \cdots(5)$$

اذ أن T يمثل مقياس لمدى ملائمة الانموذج، أما ألحد ألثاني فهو حد جزاء على تعقيد ألانموذج أي عدد معلمات ألأنموذج d، و n يمثل حجم ألعينة. وان α أكبر من واحد غالبا وان من أكثر ألمسائل جدلية اختيار قيمة α. وفيما يلي شرح لمعايير ألتشخيص ألمستعملة في هذا ألبحث علما ان ألرتبة ألصحيحة تقابل أقل قيمة لمعيار ألتشخيص لجميع ألمعايير أدناه

1-2 معيار معلومات أكياكي AIC:

وهو معيار تم ألتوصل اليه بواسطة Akaike ويكتب كما يلي

$$AIC=\ln\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon^2\left(t,\hat{\theta}\right)\right)+\frac{2d}{n}\cdots(6)$$

اذ أن

$\varepsilon\left(t,\hat{\theta}\right)$ يمثل خطأ التنبؤ Prediction Error

$$\varepsilon\left(t,\hat{\theta}\right)=y(t)-\hat{y}(t)\cdots(7)$$

ان هذا ألمعيار يعطي تقدير غير متسق لرتبة ألانموذج ألصحيحة ويميل تقديره لأن يكون فوق ألرتبة ألحقيقية (فوق ألتقدير).

2-2 معيار بعد ألوصف ألاصغر MDL

ويسمى أيضا بمعيار أكياكي ألبيزي Baysian Akaike وقد تم ألتوصل اليه بواسطة Akaike وبواسطة Rissanen أيضا ويكتب كما يلي

$$MDL=\ln\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon^2\left(t,\hat{\theta}\right)\right)+\frac{d\ \ln(n)}{n}\cdots(8)$$

ان جزاء هذا ألمعيار أشد (أصرم) من معيار AIC وهذا واضح من ألصيغة أعلاه. وان أهم ميزة لهذا ألمعيار هي ان تقديره متسق بقوةاي عندما يزداد حجم ألعينة الى مالانهاية فأن احتمال اختيار ألأنموذج ألصحيح سيقترب من ألواحد.

3-2 معيار Hannan-Quinn(HQIC)

تم ألتوصل الى هذا ألمعيار بواسطة Hannan&Quinn ويكتب كما يلي

$$HQIC=\ln\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon^2\left(t,\hat{\theta}\right)\right)+\frac{2d\ \ln(\ln(n))}{n}\qquad\cdots(9)$$

من ألصيغة أعلاه يبدو واضحا ان جزاء هذا ألمعيار أقل من جزاء معيار MDL. وان هذا ألمعيار يعطي تقدير أكبر من ألرتبة ألحقيقية في حالة حجوم ألعينات ألصغيرة.

4-2 ألوسيط للمعيارين MDL و HQ

وسيرمز له MMH ويعطى وفق ألصيغة ألتالية

$$MMH=\frac{MDL+HQIC}{2}\cdots(10)$$

$$=\ln\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon^2\left(t,\hat{\theta}\right)\right)+\frac{d}{2n}\left(2\ln(\ln n)+\ln n\right)\cdots(11)$$

ان لهذا ألمعيار خاصيتين مرغوب بهما وكما يلي

اذا كان

$$\hat{d}(\mathrm{MDL})\le\hat{\mathrm{d}}(\mathrm{HQ})\cdots(12)$$

فأن

$$\hat{d}(\mathrm{MDL})\le\hat{\mathrm{d}}(\mathrm{MMH})\cdots(13)$$

ألاثبات:

بأخذ ألفرق بين ألمعيارين MMH و MDL

$$MMH-MDL=\left[\ln\frac{SSE}{n}+\frac{d}{2n}\left(2\ln(\ln n)+\ln n\right)\right]$$

$$-\left(\ln\frac{SSE}{n}+\ln n\frac{d}{n}\right)$$

$$=\frac{d}{n}\left[\frac{2\ln(\ln n)+\ln n}{2}-\ln n\right]\leq 0$$

$$\therefore 2\ln(\ln n)-\ln n\leq 0$$

وهذا يلزم ما يلي

$$\ln\left(\frac{(\ln n)^2}{n}\right)\leq 0 \quad and \quad \left(\frac{(\ln n)^2}{n}\right)\leq 1$$

$$(\ln n)^2\leq n$$

وأخيرا

$$n\leq e^{\sqrt{n}} \qquad \cdots(14)$$

وهذا يصح لأي حجم عينة *n*.

علما ان SSE يمثل مجموع مربعات ألأخطاء

$$SSE=\sum_{t=1}^{n}\varepsilon^2(t,\hat{\theta}\ \ )$$

هذا فيما يتعلق بالخاصية ألاولى أما ألثانية فهي كما يلي:

عند تحقق ألمتراجحة 12 يتحقق مايلي

$$\hat{d}(\mathrm{MMH})\leq \hat{\mathrm{d}}(\mathrm{HQIC})\cdots(15)$$

ألاثبات:

$$HQIC-MMH=\ln\left(\frac{SSE}{n}\right)+\frac{2d\quad \ln(\ln n)}{n}$$
$$-\left[\ln\frac{SSE}{n}+\frac{d}{2n}(2\ln(\ln n)+\ln n)\right]$$

$$=\frac{d}{2n}(2\ln(\ln n)-\ln n)\leq 0$$

$$(2\ln(\ln n)-\ln n)\leq 0$$

$$\ln n\leq\sqrt{n}$$

$$\therefore n\leq e^{\sqrt{n}} \qquad \cdots(16)$$

وكما ذكر أعلاه فأن هذا يصح لأي حجم عينة *n*.

ألمبحث ألثالث/ ألجانب ألتجريبي:

1 - ألمقدمة:

ان ألمحاكاة هي تجربة تجرى عادة على ألحاسوب تتضمن استعمال ألأعداد ألعشوائية. وقد تم اجراء ألمحاكاة وفق منهجية مونتي كارلو لغرض مقارنة معايير ألتشخيص وذلك بأستعمال ألبرمجة بلغة MATLAB ولأنموذج $ARX(n_a,n_b,n_k)$ بالرتب (2,2,1)(2,1,1), (1,2,1),(1,1,1),. وبتكرار 1000 لكل تجربة ولحجوم ألعينات
n=25,50,100,200,1000

وقد تمت مقارنة معايير ألتشخيص AIC, MDL, HQIC, MMH استنادا الى عدد ألمرات ألتي ينجح فيها كل معيار في اختيار ألرتب ألصحيحة (ألثلاثة معا) للأنموذج. ومن ثم تم حساب عدد ألمرات ألتي ينجح فيها كل معيار في اختيار ألرتبة ألصحيحة، كل رتبة من ألرتب ألثلاثة على حدة، وألغرض من ذلك هو معرفة فيما اذا كان ممكنا اعتماد معيار مختلف لكل رتبة من رتب ألانموذج، اي استعمال حد جزاء للرتبة ألاولى n_a يختلف عن حد ألجزاء للرتبة ألثانية n_b و اعتماد ألمعيار ألأفضل في اختيار ألرتبة ألثالثة n_k على حده.

2 - انموذج ARX(1,1,1)

وقد تم اختيار قيم معلماته عشوائيا وضمن حدود ألاستقرارية

$a_1 = -0.1 \qquad b_1 = 0.7$

وقد تم ألحصول على ألنتائج ألتالية

جدول رقم (1) يبين ألتكرارات[1] ألمقابلة لكل معيار و عند حجوم عينات مختلفة للانموذج ARX(1,1,1)

حجم ألعينة	ألتكرار	AIC	MDL	HQIC	MMH
25	*all*	111	157	141	149
	n_a	193	265	273	271
	n_b	178	235	245	242
	n_k	644	658	666	662
50	*all*	390	709	553	634
	n_a	578	826	732	776
	n_b	562	818	713	767
	n_k	989	990	990	992
100	*all*	506	895	736	821
	n_a	679	948	849	898
	n_b	704	940	855	905
	n_k	1000	1000	1000	1000
200	*all*	524	940	803	889
	n_a	712	969	886	939
	n_b	726	970	903	949
	n_k	1000	1000	1000	1000
1000	*all*	589	986	909	972
	n_a	762	992	947	982
	n_b	765	994	957	989
	n_k	1000	1000	1000	1000

من ألجدول أعلاه يمكن ملاحظة مايلي

ان معيار MDL يحتل ألمرتبة الاولى كأفضل معيار حيث حصل على تكرارات لتحديد ألرتب ألثلاثة معا 157، 709، 895، 940، 986 لحجوم ألعينات 25، 50، 100، 200، 1000 على ألتوالي وهي أعلى من ألتكرارات للمعايير الاخرى جميعا، ويتبعه MMH ثم معيار HQIC وأخيرا معيار AIC ولجميع حجوم ألعينات، وأداء جميع ألمعايير سئ جدا لحجم ألعينة 25. ويتحسن أداء جميع ألمعايير مع زيادة حجم ألعينة و لحجوم ألعينات ألكبيرة فأن جميعها تعطي تكرارات متساوية للرتبة n_k وهي مساوية لعدد ألتكرارات في ألبرنامج والتي تساوي 1000 أي ان كفائت ألمعايير لهذه ألرتبة تصبح مئة بالمئة. وان ألمعيار ألفائز في اختيار ألرتب ألثلاثة معا تقابله أعلى ألتكرارات لكل رتبة من ألرتبتين ألاولى وألثانية n_a , n_b كل على حدة، عدا حالة حجم ألعينة 25 فأن معيار HQ يحصد أعلى ألتكرارات لكل رتبة على حدة للرتبتين ألاولى وألثانية.

3 - انموذج ARX(2,1,1)

وكما في ألأنموذج الاول اعلاه فقد تم اختيار قيم معلماته عشوائيا وضمن حدود ألاستقرارية

$a_1 = 0.2, \qquad a_2 = 0.8, \qquad b_1 = -0.5$

وقد تم ألحصول على ألنتائج ألتالية

جدول رقم (2) يبين ألتكرارات ألمقابلة لكل معيار و عند حجوم عينات مختلفة للانموذج ARX(2,1,1)

[1] يقصد بالتكرار عدد ألمرات التي ينجح فيها ألمعيار في اختيار ألرتب (ألرتبة) ألصحيحة

حجم ألعينة	ألتكرار	AIC	MDL	HQIC	MMH
25	*all*	45	71	69	70
	n_a	171	226	263	242
	n_b	124	167	190	178
	n_k	495	501	512	501
50	*all*	334	618	494	564
	n_a	583	815	742	783
	n_b	513	775	682	731
	n_k	887	902	895	901
100	*all*	486	866	723	812
	n_a	699	923	842	891
	n_b	656	928	848	901
	n_k	999	999	998	999
200	*all*	561	938	824	884
	n_a	758	972	907	945
	n_b	706	964	899	932
	n_k	1000	1000	1000	1000
1000	*all*	586	988	902	967
	n_a	776	994	947	982
	n_b	753	994	952	984
	n_k	1000	1000	1000	1000

ان معيار MDL يحتل ألمرتبة الاولى كأفضل معيار حيث حصل على تكرارات لتحديد ألرتب ألثلاثة معا 71، 618، 866، 938، 988 لحجوم ألعينات 25، 50، 100، 200، 1000 على ألتوالي وهي أعلى من ألتكرارات للمعايير ألاخرى جميعا، ويتبعه MMH ثم معيار HQIC وأخيرا معيار AIC ولجميع حجوم ألعينات، وأداء جميع ألمعايير سئ جدا لحجم ألعينة 25. ويتحسن أداء جميع ألمعايير مع زيادة حجم ألعينة و لحجوم ألعينات ألكبيرة فأن جميعها تعطي تكرارات متساوية للرتبة n_k وهي مساوية لعدد ألتكرارات في ألبرنامج والتي تساوي 1000 أي ان كفائت ألمعايير لهذه ألرتبة تصبح مئة بالمئة. و ان ألمعيار ألفائز في اختيار ألرتب ألثلاثة معا تقابله أعلى ألتكرارات لكل رتبة من ألرتبتين ألاولى وألثانية n_a , n_b كل على حدة، عدا حالة حجم ألعينة 25 فأن معيار HQ يحصد أعلى ألتكرارات لكل رتبة على حدة للرتبتين ألاولى وألثانية.

4 - أنموذج ARX(1,2,1)

وقد تم اختيار قيم معلماته عشوائيا وضمن حدود ألاستقرارية وكما يلي

$$a_1 = -0.4,\quad b_1 = 0.7,\quad b_2 = 0.2$$

وقد تم ألحصول على ألنتائج ألتالية

جدول رقم (3) يبين ألتكرارات ألمقابلة لكل معيار و عند حجوم عينات مختلفة للانموذج ARX(1,2,1)

حجم ألعينة	ألتكرار	AIC	MDL	HQIC	MMH
25	*all*	24	38	43	42
	n_a	192	264	274	272
	n_b	96	111	135	125
	n_k	659	671	685	680
50	*all*	166	207	223	216
	n_a	574	813	738	781
	n_b	255	243	273	257
	n_k	987	991	991	991
100	*all*	306	334	365	358
	n_a	663	904	816	862
	n_b	435	348	422	390
	n_k	1000	1000	1000	1000
200	*all*	442	519	582	563
	n_a	709	962	896	940
	n_b	601	532	630	586
	n_k	1000	1000	1000	1000
1000	*all*	594	984	894	955
	n_a	749	991	948	977
	n_b	778	992	941	975
	n_k	1000	1000	1000	1000

من ألجدول 3 يمكن ملاحظة ما يلي

ان معيار HQ يحتل ألمرتبة ألاولى كأفضل معيار حيث حصل على تكرارات لتحديد ألرتب ألثلاثة معا 43، 223، 365، 582 لحجوم ألعينات 25، 50، 100، 200 على ألتوالي وهي أعلى من ألتكرارات للمعايير ألاخرى جميعا، ويتبعه معيارMMH ثم معيار MDL وأخيرا معيار AIC ولجميع حجوم ألعينات بأستثناء حجم ألعينة 1000 فأن معيار MDL يحل في ألمرتبة ألاولى حيث حصل على تكرار لتحديد ألرتب ألثلاثة معا 984 وهو أعلى من تكرارات ألمعايير ألاخرى، ويليه معيار MMH ثم HQIC وأخيرا AIC، وجميعها سيئة لحجم العينة 25. وأداء جميع ألمعايير يتحسن مع زيادة حجم ألعينة و لحجوم ألعينات ألكبيرة فأن جميعها تعطي تكرارات متساوية للرتبة n_k وهي مساوية لعدد ألتكرارات في ألبرنامج والتي تساوي 1000 أي ان كفائت ألمعايير لهذه ألرتبة تصبح مئة بالمئة. وان ألمعيار ألفائز في اختيار ألرتب ألثلاثة معا تقابله أعلى ألتكرارات لكل رتبة على حدة من ألرتبتين ألاولى وألثانية n_a , n_b لحجم عينة 25 و 1000، في حين تقابله أعلى ألتكرارات للرتبة n_b فقط لباقي حجوم ألعينات.

5 - أنموذج ARX(2,2,1)

وقد تم اختيار معلماته ضمن حدود ألاستقرارية عشوائيا وكما يلي

$$a_1 = 0.5,\ \ a_2 = -0.3,\ \ b_1 = -0.6,\ \ b_2 = 0.6$$

وقد تم ألحصول على ألنتائج ألتالية

جدول رقم (4) يبين ألتكرارات ألمقابلة لكل معيار و عند حجوم عينات مختلفة للانموذج ARX(2,2,1)

حجم ألعينة	ألتكرار	AIC	MDL	HQIC	MMH
25	*all*	33	46	59	51
	n_a	116	138	173	155
	n_b	108	142	178	155
	n_k	608	614	627	617
50	*all*	270	383	377	383
	n_a	407	478	492	485
	n_b	538	679	659	672
	n_k	982	972	981	976
100	*all*	481	752	675	733
	n_a	667	804	784	807
	n_b	661	914	828	882
	n_k	1000	1000	1000	1000
200	*all*	567	915	813	873
	n_a	751	959	903	943
	n_b	724	953	893	921
	n_k	1000	1000	1000	1000
1000	*all*	610	984	894	958
	n_a	776	990	950	979
	n_b	773	992	938	976
	n_k	1000	1000	1000	1000

من ألجدول (4) أعلاه يمكن ملاحظة ما يلي

ان أفضل معيار هو MDL حيث حصل على تكرارات لتحديد ألرتب ألثلاثة معا 383، 752، 915، 984 لحجوم ألعينات 50، 100، 200، 1000 على ألتوالي وهي أعلى من تكرارات ألمعايير ألاخرى جميعا، يتبعه معيار MMH ثم معيار HQ وأخيرا AIC لجميع حجوم ألعينات بأستثناء حجم ألعينة 25 فأن أفضل معيار هو HQ حيث حصل على تكرار لتحديد ألرتب ألثلاثة معا 59 وهو أعلى من تكرار ألمعايير ألاخرى، يتبعه MMH ثم MDL وأخيرا AIC وجميعها سيئة لحجم ألعينة هذا، وأداء جميع ألمعايير يتحسن مع زيادة حجم ألعينة. و لحجوم ألعينات ألكبيرة فأن جميعها تعطي تكرارات متساوية للرتبة n_k وهي مساوية لعدد ألتكرارات في ألبرنامج والتي تساوي 1000 أي ان كفائت ألمعايير لهذه ألرتبة تصبح مئة بالمئة. وان ألمعيار ألفائز في اختيار ألرتب ألثلاثة معا تقابله أعلى ألتكرارات لكل رتبة على حدة من ألرتبتين ألاولى وألثانية n_a , n_b لحجم عينة 25 و 200 و 1000، في حين تقابله أعلى ألتكرارات للرتبة n_b فقط لباقي حجوم ألعينات.

ألمبحث ألرابع/ألاستنتاجات وألتوصيات:

1 - ألاستنتاجات

من خلال ملاحظة ألجداول في ألجانب ألتجريبي من ألبحث تم ألتوصل الى ألاستنتاجات ألتالية

1 - ان ألمعايير ألثلاثة MDL, MMH, HQIC تبلي حسنا في اختيار ألرتب ألصحيحة للأنموذج وهذا واضح لكل أنموذج من ألنماذج ألأربعة أعلاه.

2 - أظهر معيار MDL تفوقا ملحوظا على باقي ألمعايير في ثلاثة من أربعة نماذج، اذ تفوق هذا ألمعيار بشكل واضح ودون منافس للنماذج بالرتب (1,1,1) ,(2,1,1) ,(2,2,1) في حين تفوق في ألأنموذج بالرتبة (1,2,1)في حجم عينة 1000 فقط.

3 - يأتي معيار MMH في ألمرتبة ألثانية دائما، في حين يأتي معيار AIC في ألمرتبة ألأخيرة دائما عند ألمفاضلة بين ألمعايير ولجميع حجوم ألعينات في ألنماذج جميعا.

4 - تعمل جميع ألمعايير بشكل سئ عند حجوم ألعينات ألصغيرة وهذا واضح جدا في حالة حجم العينة 25 .

5 - ان ألتكرارات لكل رتبة لا تظهر نمطا واضحا و محددا يمكن من خلاله اعتماد معيار مختلف لتشخيص كل رتبة من رتب ألأنموذج بشكل مستقل عن باقي ألرتب.

2 - ألتوصيات

بعد تفحص ألنتائج التي أفرزها ألبحث استنادا الى ألجانب ألنظري وألتجريبي فأن ألباحثان يوصيان بما يلي

1 - يمكن استعمال اي من ألمعايير ألثلاثة MDL, MMH, HQIC في تشخيص رتب أنموذج ARX، ولكن بشكل عام معيار MDL هو ألافضل لتشخيص رتب هذا ألأنموذج ونوصي به.

2 - عدم استعمال معيار AIC في تشخيص رتب أنموذج ARX لأن نتائجه كانت ألأسوأ.

3 - دراسة سلوك هذه ألمعايير في حالة كون ألأخطاء لاتتوزع توزيعا طبيعيا.

ألمصادر

[1] Ljung L. "System identification: Theory for the user", Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, N.J.2nd edition,1999.
[2] Young P. C. "Recursive estimation and time-series analysis", Springer, second edition, 2011.
[3] Salie Ayalew, Chitti Babu M. and Mohana Rao L. K. "Comparison of new approach criteria for estimation the order of autoregressive process", Journal of Mathematics (IOSRJM), 2012.
[4] Hannan E.J. "the estimation of the order of an ARMA process", The Annals of Statistics, Vol. 8, 1980.
[5] Hannan E.J. and Quinn B.G. "The determination of the order of an autoregressive", Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 41, 1979.
[6] Dagpunar J. S. "Simulation and Monte Carlo: With applications in finance and MCMC", WILEY, 2007.