



استعمال لوحات هوتلنك المعلمية واليوتستراب اللامعلمية متعددة المتغيرات في السيطرة النوعية باستخدام المحاكاة

أسماء غالب جابر^a ، فهد حسين عناد^b
جامعة بغداد /كلية الادارة والاقتصاد

الملخص

معلومات المقالة

تعد السيطرة النوعية من الأدوات الإحصائية الفعالة في مجال السيطرة على الإنتاجية لمراقبة ومطابقة المنتجات المصنعة للمواصفات القياسية والمعايير المعتمدة لبعض السلع والخدمات والغرض منها هو مواكبة التطور الانتاجي والصناعي في سوق العمل والمنافسة وتستهمل لوحات السيطرة النوعية في مراقبة الخصائص النوعية للعمليات الانتاجية فضلا عن الكشف عن الانحرافات غير الطبيعية في العملية الإنتاجية. حيث تم استعمال لوحات السيطرة المعلمية هوتلنك واسلوب لوحات اليوتستراب متعددة المتغيرات وهي احدى الطرائق اللامعلمية التي لا تتطلب أي افتراضات حول توزيع البيانات أو تحديد حدود السيطرة في مراقبة العملية الانتاجية في كون البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي أو لها توزيع غير معروف ، حيث يهدف البحث الى مراقبة العملية الانتاجية من خلال عدة متغيرات في آن واحد ليعكس جودة المادة المنتجة . تم استعمال تجارب المحاكاة لمستويات معنوية مختلفة لتوضيح طريقة عمل اسلوب لوحات هوتلنك و اليوتستراب متعددة المتغيرات باعتماد معيار متوسط طول المدى لبيان اداء وكفاءة الطرائق المستعملة . اظهرت النتائج ان لوحات اسلوب اليوتستراب اللامعلمية كان أدائها جيد خصوصا عند مستويات معنوية ذات مدى طويل.

تاريخ البحث

الاستلام: 2020/5/4
تاريخ التعديل: 2020/5/13
قبول النشر: 2020/5/17
متوفر على الأنترنت: 2020/9/30

الكلمات المفتاحية :

لوحات هوتلنك المعلمية
اليوتستراب اللامعلمية
المحاكاة
السيطرة النوعية
السيطرة الاحصائية



The Use of Multivariate Parametric Hotelling–T2 and Nonparametric Bootstrap Charts in Quality Control Using Simulation

Asma Ghalib Jaber^a , Fahd Hussein Enad^b

a University of Baghdad , college of Administration and Economics.

b M.A. Student ,University of Baghdad , college of Administration and Economics.

Abstract

Quality control is an effective statistical tool in the field of controlling the productivity to monitor and conform the manufactured products to the standard qualities and the certified criteria for some products and services . Its main purpose is to cope with the production and industrial development in the business and competition market. Quality control charts are used to monitor the qualitative properties of the production procedures in addition to detect the abnormal deviations in the production procedure. The parametric Hotelling–T2 control charts and the nonparametric multivariate Bootstrap control charts methods are used. The latter one is one of the nonparametric methods that doesn't require any assumptions regarding the distribution of the data or determine the control limits in monitoring the production procedure when the data does not follow the normal distribution or has an unknown distribution. The aim of this paper is to monitor the production procedure throughout a number of variables simultaneously to reflect the quality of the produced material. Simulation experiments were used with deferent significance levels to illustrate the way in which the multivariate Hotelling–T2 and Bootstrap charts methods work while adopting the average range length criterion to demonstrate the performance and efficiency of the used methods. The results show that the method of nonparametric Bootstrap charts had a good performance especially at significance levels with long range.

Keywords : Quality Control, Multivariate Statistical Process Control, Multivariate Quality Control Charts, Bootstrap Control Charts, Hotelling charts.

*

Corresponding author : E-mail addresses : Drasmaa.ghalib@coadec.uobaghdad.edu.iq.

2020 AL – Muthanna University . DOI:10.18081/MJAES/2020-10/8 -22.

المقدمة

السيطرة T^2 (Hotelling) وفق أسلوب البوتستراب (Bootstrap) افضل من لوحة السيطرة T^2 (Hotelling) التقليدية وهذا يعطي مؤشر على ان لوحات السيطرة بأسلوب البوتستراب اكثر كفاءة في حالة البيانات التي تتبع التوزيع الطبيعي والهدف الرئيسي لهذه اللوحات هو السيطرة والكشف عن الانحرافات الحاصلة في العملية الانتاجية ومعالجة هذه الانحرافات .

مشكلة البحث

تتضمن مشكلة البحث ان اغلب لوحات السيطرة تستند الى مراقبة صفة واحدة او متغير واحد يعكس جودة المنتج ولكن في الواقع الكثير من العمليات الانتاجية تعتمد على عدة متغيرات تعكس جودة العملية الانتاجية وتتطلب معرفة التوزيع ولذلك تم تطبيق لوحات السيطرة المعلمية واللامعلمية.

اهمية البحث

خلال هذا البحث يمكن ايجاد لوحات للسيطرة النوعية اكثر دقة في الكشف عن التغيرات والانحرافات الخاصة في السيطرة النوعية واستخدام لوحات متعددة المتغيرات لمراقبة عدة متغيرات في ان واحد.

هدف البحث

يهدف البحث الى عرض لوحات هوتلنك المعلمية ولوحات البوتستراب اللامعلمية كطرائق لتحديد حدود السيطرة في حالة تعدد المتغيرات للمشاهدات التي لا تتبع التوزيع الطبيعي والمقارنة بينهما من خلال استعمال معيار متوسط طول المدى (ARL) لتوضيح اداء لوحة السيطرة باستخدام المحاكاة.

فرضية البحث

لا توجد فروق بين اللوحتين لمعرفة التغيرات الحاصلة في جودة المنتج

اسلوب البحث

يتكون الاسلوب من المقارنة بين لوحات السيطرة المعلمية ولوحات السيطرة اللامعلمية حيث تم تطبيق لوحات السيطرة باستخدام اسلوب المحاكاة وملاحظة اي منهما اكثر دقة في الكشف عن التغيرات الحاصلة في العملية الانتاجية.

هيكلية البحث

يتضمن البحث استعراضاً مرجعياً لبعض الدراسات السابقة ، تعريف السيطرة ، السيطرة النوعية ، لوحات السيطرة النوعية ، انواع لوحات السيطرة النوعية ، لوحة السيطرة هوتلنك ، ولوحة

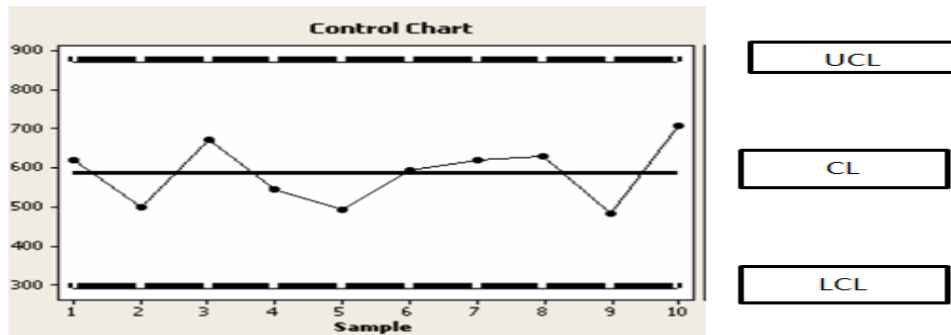
بعد موضوع السيطرة الاحصائية من اهم المواضيع التي لها دور بارز في تحقيق المواصفات الموضوعية بالنسبة الى المنتج وزيادة القدرة على مراقبة جودة المنتجات الصناعية التي تم انتاجها ورصد العيوب من خلال عملية الانتاج ومن اهم الطرائق المستخدمة في السيطرة النوعية هي عمليات السيطرة الاحصائية (SPC) (Statistical Process Control) والتي تعد وسيلة لمراقبة النوعية باستخدام الاساليب الاحصائية ورصد خصائص الجودة للمواد المصنعة لضمان التزامها بمعايير معينه والحفاظ على العملية الانتاجية بحالة مستقرة ، و من ثم متابعة سير العملية الانتاجية والكشف عن التغيرات غير الطبيعية التي تمكنا من التدخل المبكر لتصحيح العملية الانتاجية ، حيث قام الباحث (Hotelling:1947) بتأليف كتاب (Multivariate Quality Control) والذي يعتبر الاساس لمعظم البحوث والدراسات التي تخص السيطرة النوعية ، وضح فيه الاساليب الإحصائية المستخدمة في السيطرة النوعية في حالة اكثر من متغير واحد معتمداً في ذلك على نظرية التوزيعات متعددة المتغيرات (Multivariate Distributions Theory) وقام كل من (Tang & Liu:1996) بتطوير لوحة السيطرة البوتستراب (Bootstrap) متعددة المتغيرات تمكّنهم من مراقبة عمليات السيطرة النوعية الاحصائية للحصول على لوحات السيطرة الصالحة للبيانات الثابتة والمستقلة وقاموا بالمقارنة بين لوحة البوتستراب الاعتيادية وطريقة البوتستراب المقترحة لمراقبة متوسط العمليات الانتاجية وتوصلوا من خلال نتائج المحاكاة الى أفضلية الطريقة المقترحة. وقدم كل من (Anderson:2004 & Thomeson) لوحات السيطرة النوعية متعددة المتغيرات للرصد البيئي باعتبار الرصد ذات تأثيرات متزايدة مع تزايد التهديدات الناتجة عن الاضطرابات البشرية ، بحيث تتضمن المراقبة عادة اخذ عينات من عدة مواقع بيئية ذات عوامل متشابهة في فترات منتظمة مع مرور الوقت حيث استخدموا تقنية البوتستراب لمراقبة مجموعة الاسماك المرجانية في استراليا. واستخدم كل من (Ahmed:2014 ، Talb & Munisamy) لوحات السيطرة T^2 - Hotelling متعددة المتغيرات توضح كيفية الترابط بين المتغيرات ومن خلال النتائج توصلوا الى ان لوحة T^2 - Hotelling توضح تحولات العمليات الانتاجية في حالة الخروج عن السيطرة وقدم كل من (حمزة اسماعيل وفراس منذر:2017) استخدام اسلوب البوتستراب (Bootstrap) في لوحات السيطرة T^2 (Hotelling) متعددة المتغيرات وتحديد حدود السيطرة النوعية الكفوة في مراقبة العملية الانتاجية في حالة كون البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي، وتم استخدام المحاكاة لتقييم اداء لوحة T^2 (Hotelling) وفق اسلوب البوتستراب (Bootstrap) وتوصلوا من خلال نتائج المحاكاة ان لوحة

المناسب بشأن العملية الانتاجية اذا كانت ضمن حدود السيطرة أو خارجها وتستخدم لوحات السيطرة النوعية للمحافظة على بقاء العملية الانتاجية تحت السيطرة والهدف الرئيسي من لوحات السيطرة النوعية هو كشف التغيرات والانحرافات لمتوسط أو التباين أو كلاهما للعملية الانتاجية ومعالجة هذا الانحراف وتتكون لوحات السيطرة النوعية (لوحات شيوارت) من ثلاثة خطوط مستقيمة اذ يمثل الحد الاعلى (UCL) (Upper Control Limit) وهو الحد الاعلى المسموح به للوحدات المعيبة بعد اضافة (3.09) انحرافات معيارية لقيمة خط الوسط ومن ثم استخدم (3) لسهولة العمليات الحسابية والحد الوسط (الحد المركزي).

(Central Line) (CL) يمثل المستوى الامثل لنوعية الانتاج ، اما الحد الادنى للسيطرة .

(Lower Control Limit) (LCL) هو الحد الادنى المسموح به للوحدات المعيبة بعد طرح (3) انحرافات معيارية من قيمة خط الوسط والمحور العمودي يمثل خاصية النوعية المراد السيطرة عليها كما في الشكل الاتي (شاهين و جاسم : 2017:417).

الشكل (1) يوضح الحدود العليا والدنيا في لوحات السيطرة النوعية (سليمان: 2008: 12)



تحت السيطرة او خارجها وهذا ما يسمى بالسيطرة الاحصائية متعددة المتغيرات

(Multivariate Statistical Process Control) (MSPC) والتي تعتمد على لوحات السيطرة المعملية متعددة المتغيرات (Parametric Multivariate Control Charts) على افتراض ان التوزيع الاساسي للعملية الانتاجية هو التوزيع الطبيعي (Normal) وفي حقيقة الامر ان هذا الافتراض لا يطبق في جميع الحالات وبذلك سوف تعطي نتائج مظللة وانذارات كاذبة للعملية الانتاجية (Lowry et al, 1992)، ولذلك لا يمكن مراقبة العملية الانتاجية بشكل جيد وللتخلص من هذه المشاكل يمكن استخدام لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات

السيطرة البوتسترا ب ، جانب المحاكاة ومقياس متوسط طول المدى.

الاطار النظري

1. السيطرة النوعية

يعد موضوع السيطرة النوعية (Quality Control) من المواضيع بالغة الاهمية في علم الاحصاء الحديث وتعتبر وسيلة تصنيفية لأية صفة نوعية أو كمية ويؤشر فيها مجموعة الاجراءات المتخذة بمختلف الطرائق الاحصائية للتأكد من مطابقة المنتج والخدمة . وقد عرفها (Juran) عام 1974 بانها (العمليات المخطط لها مسبقا التي من خلالها يتم معرفة المواصفات القياسية للمنتج ومعرفة الفرق بينها).

2. لوحات السيطرة النوعية

تعد الاساليب الاحصائية في السيطرة النوعية من أهم اساليب لوحات السيطرة وتعود بداية استخدام لوحات السيطرة النوعية الى العالم الامريكي والتر شيوارت (Walter Shewhart) عام 1924 والذي كان يعمل في مختبرات بيل للتلفونات وتعرف لوحة السيطرة بانها عبارة عن خارطة بيانية تستخدم لاتخاذ القرار

3. أنواع لوحات السيطرة النوعية:

تنقسم لوحات السيطرة الى نوعين : النوع الاول يسمى لوحات السيطرة احادية المتغير حيث ان التركيز من خلاله على المنتج باستعمال متغير واحد فقط لتحديد العملية التي تكون تحت السيطرة او خارجها وذلك بافتراض ان متغيرات العملية الانتاجية مستقلة وهذا اجراء غير صحيح في معظم الحالات لان معظم العمليات الانتاجية تتكون من عدة متغيرات ومع التقدم التكنولوجي وتعقيد العمليات الصناعية ظهرت الحاجة الى النوع الثاني الذي يتطلب مراقبة العديد من المتغيرات ، ومع استخدام الكمبيوتر وتكنولوجيا المعلومات اصبح من الممكن مراقبة عدة متغيرات في آن واحد لمراقبة العمليات لتحديد العملية اذا كانت

S: مصفوفة التباين والتباين المشترك درجتها (PxP) لنفس مجموعة المشاهدات

بحيث $\bar{X}$ و S مقدرى الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Estimators) للمتوسطين المتوسط (μ) والتباين والتباين المشترك (Σ) فيمكن حسابهما من الصيغ الآتية

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2)$$

ان تقدير التباين والتباين المشترك (covariance)

$$S = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})(X_j - \bar{X})'}{n-1} \quad (3)$$

تمثل S مصفوفة التباين والتباين المشترك (covariance) للعينة وبافتراض ان متجة المتوسطات $\bar{X}$ مستقل عن مصفوفة التباين والتباين المشترك ،

$$S = \begin{pmatrix} S_{11}^2 & \dots & S_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{p1} & \dots & S_{pp}^1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

فيتم حساب الحد الاعلى للسيطرة (UCL) (Upper Limit Control) للوحة هوتلنك (Hotelling) بمستوى معنويه α باستخدام الصيغة الآتية .

$$T_{(\alpha, n-p, p)}^2 = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} (F_{\alpha, p, n-p}) \quad (5)$$

حيث ان :

n: حجم العينة ، P: عدد المتغيرات ، $F_{\alpha, p, n-p}$: تمثل النسبة المئوية $100(1-\alpha)^{th}$ من توزيع F

$$UCL = T_{(\alpha, n-p, p)}^2 \quad (6)$$

ان من خواص (T^2 Hotelling) بالامكان تحويلها الى توزيع (F-Distribution) بدرجتي حرية (p, n - p) ومعدل انذار كاذب α تحت افتراض ان التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات بحيث تصبح صيغة الحد الاعلى للسيطرة في المشاهدات المفردة (Upper Control Limit)(UCL) بالشكل الآتي (Weirda and Steerneman, 1995:3) (Cham, 2012:438)، (ULEN & DEMIR, 2013 :96)

(Multivariate Non Parametric Control Charts) لانها تعتبر بديل افضل وتكمن اهمية لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات انها لا تحتاج الى معرفة التوزيع الاساسي للعملية وتكون اقل تائراً بالقيم الشاذة لذا فان استخدام لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات مفيدة في مراقبة العمليات الانتاجية بغض النظر عن معرفة التوزيع الاساسي للعملية وبذلك تقدم خياراً سهلاً لتطبيق الاساليب التقليدية للعمليات الاحصائية بشكل اساسي على لوحة السيطرة البوتستراب (Bootstrap Control Charts) لكونها اكثر استخداماً من بين لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات والتي تقوم على افتراض ان البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي.

4. لوحة السيطرة هوتلنك

تعتبر لوحة السيطرة (T^2 Hotelling) متعددة المتغيرات والتي اقترحها لأول مرة (Hotelling) عام 1947 في كتابه المعروف (Multivariate Quality Control) والذي وضع فيه الاساليب الاحصائية المستخدمة في السيطرة النوعية للحالات التي تشمل عدة متغيرات بالاعتماد على لوحة (Shewert) (20) ذات المتغير الواحد ولوحة السيطرة (T^2 Hotelling) اكثر استخداماً ووسع انتشاراً بين لوحات السيطرة المعلمية متعددة المتغيرات وتستخدم لمراقبة الانحرافات وتحديد الحاصل في متوسط العملية عند مراقبة عدة متغيرات في آن واحد (Hennin et al, 2014: 158).

بافتراض ان لدينا مجموعة بيانات بحجم (n) من المشاهدات وتم سحب (p) من المتغيرات لكل مشاهدة ($j=1, 2, \dots, n$) وان البيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات بمتجة المتوسطات (μ) ومصفوفة التباين والتباين المشترك (Σ) غير معلومتين، وبذلك يجب تقديرهما من بيانات العينة. في هذه الحالة يمكن حساب صيغة (T^2 Hotelling) لكل مشاهدة وفق المعادلة الآتية (Mason and Young, 1999:156)، (Subir, 1997 : 77)، (Mostajeran et al, 2016: 270)

$$T_j^2 = (X_j - \bar{X})' s^{-1} (X_j - \bar{X}) \quad (1)$$

$\bar{X} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)'$ يمثل متجة المتوسطات لعينة

بحيث ان : X_j : المشاهدات لعدد (p) من المتغيرات

$\bar{X}$: متجه متوسط العينة لعدد (p) من المتغيرات وعدد (n) من المشاهدات

فيتم حساب الحد الاعلى للسيطرة باستخدام لوحة السيطرة (X_j^2) مربع كاي وفق الشكل الاتي:

$$UCL = X_{\alpha,p}^2$$

(12)

$$LCL = 0$$

(13)

حيث ان

$X_{\alpha,p}^2$: تمثل النسبة المئوية $[100(1 - \alpha)^{th}]$ من توزيع X_j^2 بدرجة حرية (p) ومعدل انذار كاذب (α) يسمى بالسيطرة النوعية (False Alarm Rate)(FAR) وبذلك يمكن وضع الفرضية الاتية للاختبار

H_0 : عمليات الانتاج ضمن حدود السيطرة النوعية

H_1 : عمليات الانتاج خارج حدود السيطرة النوعية

حيث تتم مقارنة قيمة هوتلنك (T_j^2) لكل مشاهدة مفردة مثل $j = 1, 2, \dots, n$ مع الحد الاعلى للسيطرة. وتحدد قيمة α في كثير من الاحيان من قبل الباحث والتي تكون محصورة بين الصفر والواحد ويقدر معدل الخطأ من النوع الاول بنسبة عدد المشاهدات ضمن السيطرة فتكون عملية اتخاذ القرار بشأن جودة العملية الانتاجية اذا كان الحد الاعلى للسيطرة (Upper Control Limit) (UCL) اكبر من T_j^2 نقبل الفرضية فتكون العملية داخل السيطرة.

$$T_j^2 < UCL$$

استخدام المعلمات المقدرة لأغراض المراقبة الفعلية خلال المراحل المستقبلية (Talib:105:2014) لذلك تستخدم طريقة (T_j^2 Hotelling) لتحديد القيم المتطرفة وتحديد موقع المشاهدات الفردية من خلال تحديد التحولات المتوسطة والانحرافات عن توزيع عينة تحت السيطرة.

$$T_j^2 > UCL$$

5. لوحات السيطرة بأسلوب البوتسترات

تعتبر طريقة البوتسترات (Bootstrap) واحدة من اكثر الطرائق استخداما لتحديد التقديرات الاحصائية ومراقبة الجودة الاحصائية (Statistical Quality Control) (SQC) وتعتبر من الطرائق اللامعلمية التي لا تتطلب افتراضات حول معرفة التوزيع الطبيعي او توزيع غير معروف واول من قام بتطويرها (Efron) عام (1979)⁽⁹⁾ ومنذ ذلك الوقت تم اجراء الكثير من

$$UCL = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} F_{(\alpha,p,n-p)} \quad (7)$$

$$LCL = 0 \quad (8)$$

اما عندما يكون حجم العينة اكبر من 100 مشاهدة فان الحد الاعلى للسيطرة (UCL) (Upper Control Limit) يكون وفق الصيغة الاتية .

$$UCL = \frac{p(n-1)}{(n-p)} F_{(\alpha,p,n-p)} \quad (9)$$

الحد الاعلى للسيطرة كما تم تعريفه سابقا هو الحد الذي يسمح بوصول الية للمشاهدات المستخدمة للاختبار اي ان تجاوز المشاهدات حد السيطرة يجعل المشاهدات خارج السيطرة المستخدمة لمواصفات انتاج معين. علما ان القيم الحرجة لـ F يتم استخراجها من جداول توزيع F بدرجة حرية $(p, n - p)$ وبمستوى معنوية α في حالة متجه المتوسطات (μ) والتباين والتباين المشترك Σ معلومتين فتكون صيغة هوتلنك (T_j^2) بالشكل الاتي. (Talib:105:2014)

$$T_j^2 = (x_j - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (x_j - \underline{\mu}) \quad (10)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \dots & \sigma_{pp}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

لجميع قيم j اي ان $j = 1, 2, \dots, n$

وبالعكس اذا كان اصغر نرفض الفرضية فتكون العملية خارج السيطرة.

اي ان

تعتبر جميع المشاهدات التي تكون قيمة T_j^2 اكبر من الحد الاعلى للسيطرة (Upper Control Limit) تكون بمثابة قيم متطرفة وبالتالي يتم تجاهلها من مجموعة البيانات والعكس صحيح وبذلك يتم حساب التقديرات الجديدة لمتجه المتوسط ومصفوفة التباين والتباين المشترك من مجموعة البيانات المتبقية من البيانات العملية وتستمر هذه العملية التكرارية الى ان يتم الحصول على مجموعة من المشاهدات المتجانسة وبذلك يتم

عدد عينات (Bootstrap) المستخدمة قد تؤثر على تحديد حدود السيطرة اذ تم حساب حدود السيطرة 1000 مرة حيث وجد ان المتغيرات تكون اكبر في حدود السيطرة لعينات (Bootstrap) عندما تكون اعداد العينات المسحوبة اقل من (1000) ولكنها تستقر مع زيادة اعداد العينات اذا تجاوزت 1000.

يمكننا حساب حدود السيطرة باتباع الخطوات الاتية

1. حساب إحصاء (T_j^2) (Hotelling) لكل مشاهدات العينه بحجم (n) للبيانات الواقعة ضمن حدود السيطرة باستخدام الصيغة الاتية (Mostajeran et al, 2016: 271) (Mostajeran et al, 2018: 363).

$$T_j^2 = (\underline{x} - \bar{\underline{x}})' s^{-1} (\underline{x} - \bar{\underline{x}}) \quad (14)$$

2. سحب عينات البوتستراب (Bootstrap) (عينات عشوائية مع الارجاع) عددها B حيث ان $(B > 1000)$ بحيث ان مشاهدات هذه العينات قيم T_j^2 (Hotelling) المحسوبة وفق الصيغة اعلاه (Edopka and Ogbeide:30:2013)

$$T_1^{2(i)}, T_2^{2(i)}, \dots, T_n^{2(i)} \quad i = 1, 2, \dots, B \quad (15)$$

3. لكل عينه من عينات (Bootstrap) الذي عددها (B) تحدد قيمة النسبة المئوية $(1 - \alpha)^{th}$ وبحسب قيمة α المحددة التي تقع قيمتها بين الصفر والواحد
4. تحديد حد السيطرة على اساس المتوسط العام للقيم المحسوبة باستخدام بنسبة مئوية $(1 - \alpha)^{th}$ لعينات (Bootstrap) التي عددها B حسب الصيغة الاتية (Mostajeran et al, 2018: 363)

$$UL_{(bootstrap)} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B T_{100(1-\alpha)}^{2(i)} \quad i = 1, 2, \dots, B \quad (16)$$

5. باستخدام حد السيطرة (Control Limit) المحسوب في عملية مراقبة المشاهدات عندما تكون قيمة $(Hotelling T^2)$ للمشاهدات تتجاوز حد السيطرة $UL_{(bootstrap)}$ هذا يؤشر على ان العملية خارج السيطرة (Out Of Control)

على الرغم من ان طريقة البوتستراب لاتحتاج عمليات احصائية لتحديدها ، ولكن ان عدد عينات البوتستراب المستخدمة قد يؤثر على تحديد حدود السيطرة حيث تبين ان التغيرات تزداد في حدود السيطرة عندما تكون العينات العشوائية المسحوبة اقل

البحوث التطبيقية باستخدام هذه التقنية لكفاءتها بإعطاء اقل تحيز وتباين وكذلك قاموا بتطويرها اخرون (Efron) و (Tibshirani) عام (1993)⁽¹⁰⁾ وتم تنفيذها لأنها لاتتطلب افتراضات حول معرفة التوزيع وتعمل وفق افتراض اقل في العمليات الحسابية وخصوصا بعد ظهور قوة وسرعة الكمبيوتر لتسهيل العمليات الحسابية. وتفضل بعض الدراسات حول لوحات السيطرة اللامعلمية (Non-Parametric Control Charts) استخدام طريقة البوتستراب (Bootstrap) لأنها لديها الامكانات المثبتة لتعمل مع البيانات العملية بفعالية ودقة عالية بدون معرفة توزيعها (Lio and Park, 2008:588) (Edopka and Ogbeide, 2013:29).

الفكرة الاساسية لطريقة (Bootstrap) هي انه في حالة عدم وجود اي معلومات حول التوزيع فان العينة المطلوبة تحتوي على جميع المعلومات المتاحة حول التوزيع الاساسي وبالتالي فان اعادة العينة هي افضل دليل على ما يمكن توقعه من اعادة تكرار العينة ، ويتم استخدامها بشكل اساسي لإيجاد حدود السيطرة عندما يكون التوزيع غير معروف ، وكذلك لها القدرة على اكتشاف التحولات في العملية بشكل صحيح عندما يكون التوزيع الاساسي للعملية غير معروف (Jackson, 1959:451)

تمتاز طريقة (Bootstrap) بان لها تقديرات افضل للقيم الحقيقية في المتوسط عن طرق ذات المتغير الواحد مثل لوحات (Shewhart) وتمتاز ببساطتها لأنها طريقة مباشرة لإيجاد تقديرات الاخطاء المعيارية (القياسية) لمقدرات المعلمات بغض النظر عن معرفة التوزيع وتعد (Bootstrap) وسيلة للسيطرة في ثبات النتائج والتحقق منها وعلى الرغم من المستحيل معرفة فترات الثقة الحقيقية لمعظم المشاكل الا ان (Bootstrap) اكثر دقة من الفترات الزمنية القياسية التي يتم الحصول عليها باستخدام التباين والافتراضات الاخرى (Lio and Park, 2008:290)

ومن عيوب البوتستراب (Bootstrap) انها تحتاج الى وقت في العمليات الحسابية ولكن هذه المشكلة يمكن التغلب عليها باستخدام الحاسوب. حيث تقوم بمبدأ ايجاد تقديرات غير متحيزة من مجموعة من التقديرات المتحيزة وذلك بتوليد مجموعة كبيرة من العينات المسحوبة بشكل عشوائي من بيانات العينة نفسها مع الارجاع وبحجم العينة الاصلي نفسه. وقد حاول (Efron) بهذه الطريقة حل مشكلة صغر حجم العينة وذلك بواسطة اعادة المعاينة وتوليد عدد كبير من العينات وبعد اجراء (B) من التكرارات يتم الحصول على (B) من التقديرات يدعى تقدير للمعالم وان معدل هذه التقديرات يدعى تقدير (Bootstrap) (Efron and Tibshirani, 1993:211-212) وان اجراء البوتستراب لا يحتاج الى اسلوب احصائي لتحديد المعلمات فان

(Bersimis (Woodall and Montgomery:379:1999)، (et al:520:2007) ويعرف معدل الانذار الكاذب (FAR) : هو المعدل الذي يعطي لوحات مؤشر الى ان العمليات الانتاجية خارج السيطرة وفي الحقيقة ان العمليات تقع ضمن حدود السيطرة ويعبر عنه بالخطأ من النوع الثاني

3- الجانب التجريبي:

يتضمن أسلوب المحاكاة (Simulation) دراسة أداء لوحات السيطرة لوحة هوتلك المعلمية ولوحة البوتستراب متعددة المتغيرات اللامعلمية ولنوعين من التوزيعات التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات توزيع t متعدد المتغيرات وبدرجة حرية مختلفة وتم تكرار التجربة (1000) مرة وقد سحبت عينات البوتستراب العشوائية مع الارجاع باستخدام عشرة متغيرات وبحجم عينة (120) مشاهدة تمثل خصائص السيطرة النوعية ثم تم استعمال معيار متوسط طول المدى (ARL) لبيان كفاءة لوحات السيطرة المستخدمة في الكشف عن المتغيرات داخل حدود السيطرة او خارجها وبمعدلات إنذار كاذبة مختلفة (0.02,0.01,0.005,0.002,0.001) على التوالي ولقد تم كتابة برنامج المحاكاة باستعمال برنامج (R 3.5.2) لمعرفة دقة نتائج الطرائق المستخدمة في الكشف عن نسب المشاهدات التي تكون داخل لوحات السيطرة و خارجها وعند حساب مؤشرات لوحة السيطرة البوتستراب متعدد المتغيرات للعينات البوتسترابية التي عددها (1000) أي (B=1000)

وسنعرض النتائج في الجدول (1-3) حيث يبين معيار متوسط طول المدى للتوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات لتوضيح عمل الطرائق المستعملة في السيطرة النوعية .

من (1000) ولكن تستقر التغيرات في حالة العينات تتجاوز (1000).

6. مقياس متوسط طول المدى (ARL) (Average Run Length)

يعد متوسط طول المدى الذي يرمز له بالرمز (ARL) المقياس الأكثر استعمالاً وشيوعاً للمقارنة بين أداء لوحات السيطرة متعددة المتغيرات ،وللكشف عن مخرجات العملية الانتاجية يعرف (ARL) بأنه متوسط عدد المشاهدات التي يجب تحديدها قبل ما يشير بأن العملية الانتاجية خارج السيطرة لكي يتم الكشف عن الانحرافات في العملية الانتاجية ويحسب وفق الصيغة الآتية .

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \quad (17)$$

حيث ان :

α : تمثل معدل الانذار الكاذب (FAR) وتحسب من نسبة عدد المشاهدات الخارج السيطرة الى العدد الكلي للمشاهدات في السيطرة .ويتم استخدام (ARL) للمقارنة بين أداء لوحات السيطرة حيث كلما كانت قيمتها الحقيقية التي نحصل عليها من لوحات السيطرة تتقارب من القيمة الافتراضية (ARL) (اي ان يكون ARL كبيراً عندما تكون العملية الانتاجية تحت السيطرة ويكون صغيراً عندما تكون العملية الانتاجية خارج السيطرة) اذ ان كلما كانت قيمة متوسط طول المدى الحقيقية مشابهة او قريبة من متوسط طول المدى الافتراضية لها دل ذلك على افضلية لوحات السيطرة (Efron and Tibshirani:28:1993)

جدول (1-3) متوسط طول المدى (ARL) الافتراضي للتوزيع الطبيعي

Distributio	Alpha	ARL	Hoteling	BOOTSTR
(Multivariate Normal)	0.001	1000	885.16	1000
	0.002	500	399.41	498.74
	0.005	200	132.5	197.97
	0.01	100	64.3	95.61
	0.02	50	37.4	47.9

في الجدول (1-3) اعلاه يبين عند استعمال معيار متوسط طول المدى (ARL)

متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (1000) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية لمعيار متوسط طول

عند القيمة $\alpha=0.001$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة

متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (95.61) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=100) ثم لوحة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية عند القيمة (64.3)

عند قيمة $\alpha=0.02$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (47.9) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=50) ثم بعدها لوحة السيطرة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية بمتوسط طول المدى الافتراضي (37.4).

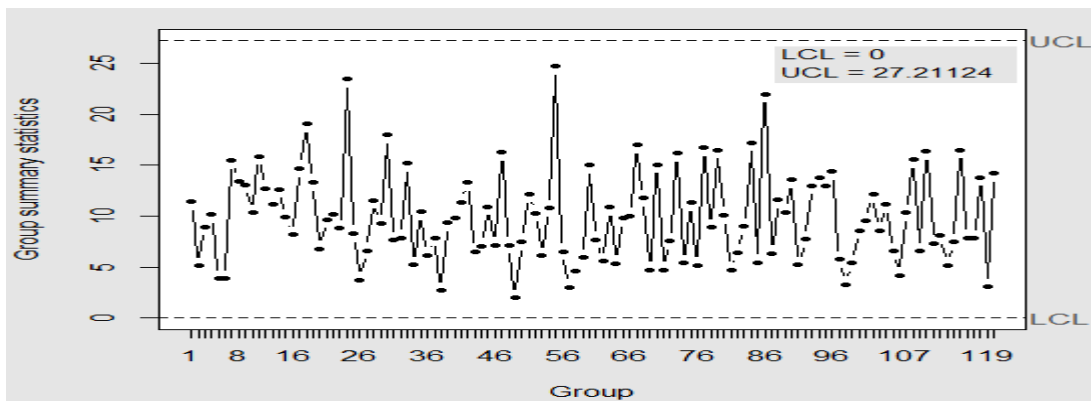
والاشكال الاتية تبين افضلية لوحة السيطرة Bootstrap على وفق نتائج المحاكاة في جدول (3-1) للتوزيع الطبيعي المتغيرات.

المدى (ARL=1000) ثم تأتي بعدها لوحة السيطرة Hotelling والتي اعطت قيمة لمتوسط طول المدى الافتراضية هي (885.16). وعند قيمة $\alpha=0.002$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (498.74) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=500) ثم بعدها لوحة السيطرة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية بقيمة افتراضية (399.41).

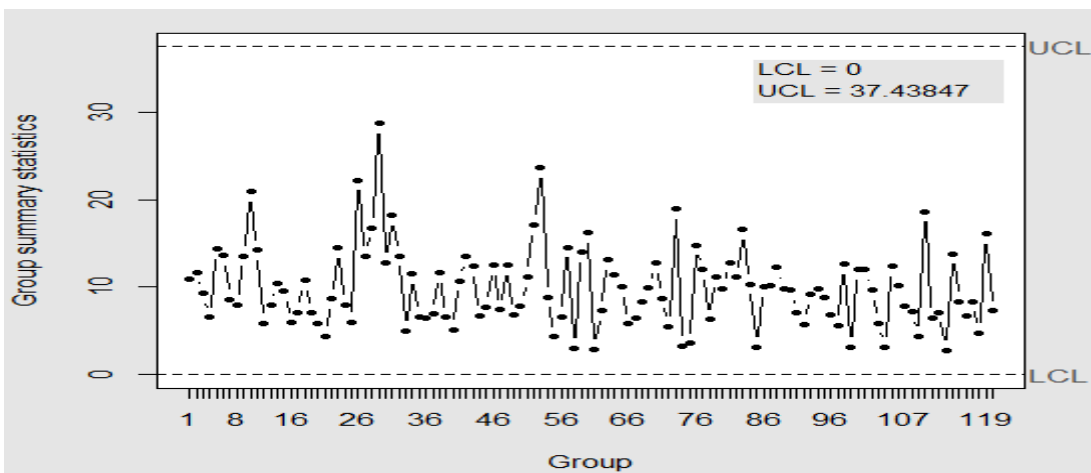
عند قيمة $\alpha=0.005$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (197.97) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=200) ثم لوحة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية بمقدار (132.5).

اما عند قيمة $\alpha=0.01$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة

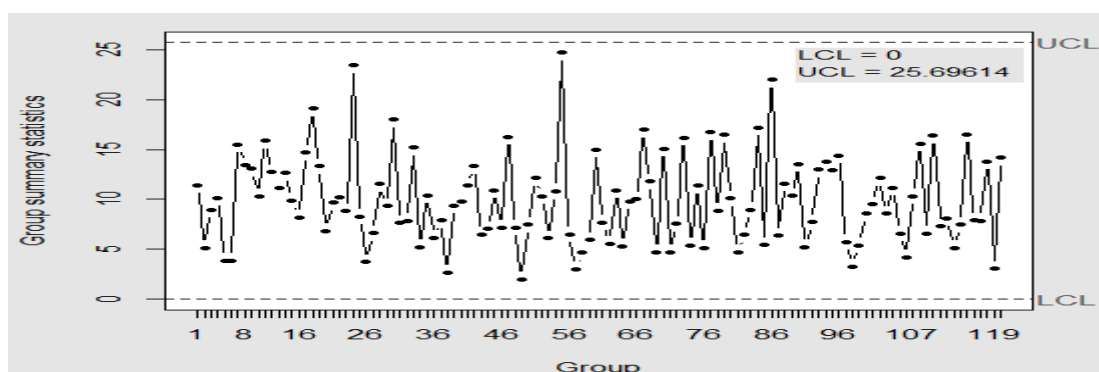
الشكل (2) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.001



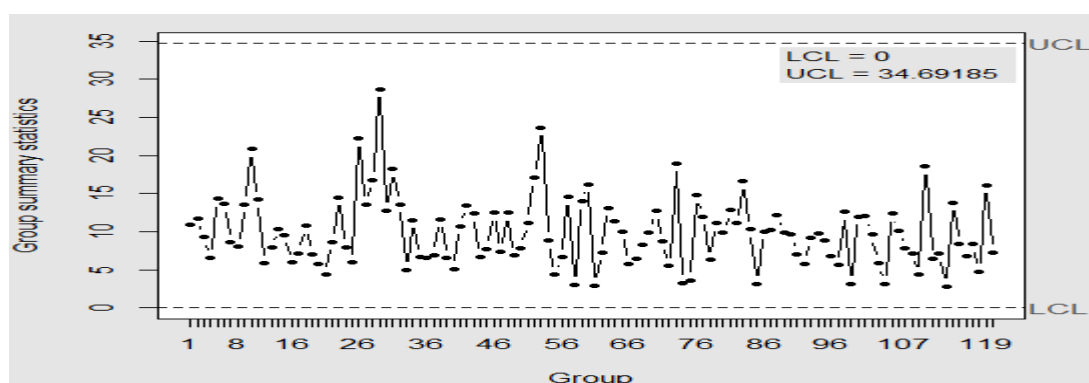
الشكل (3) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.001



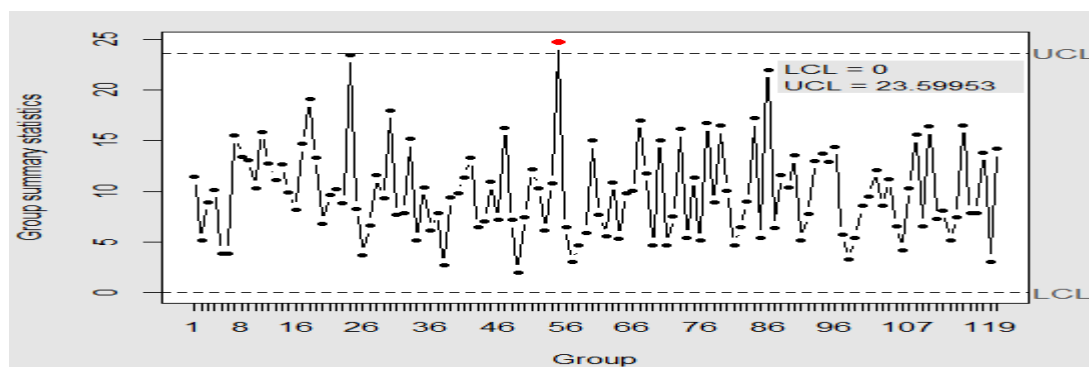
الشكل (4) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.002



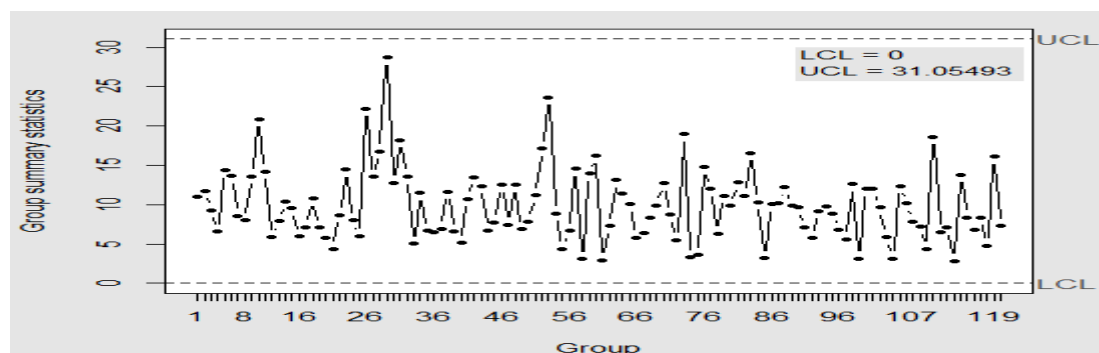
الشكل (5) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.002



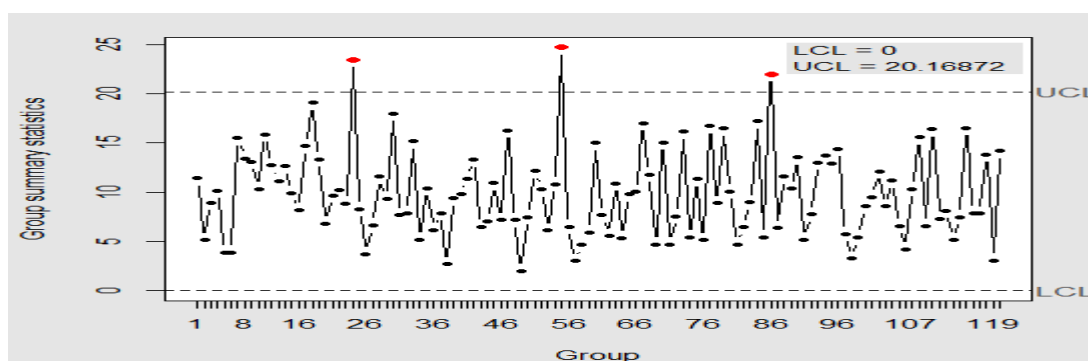
الشكل (6) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.005



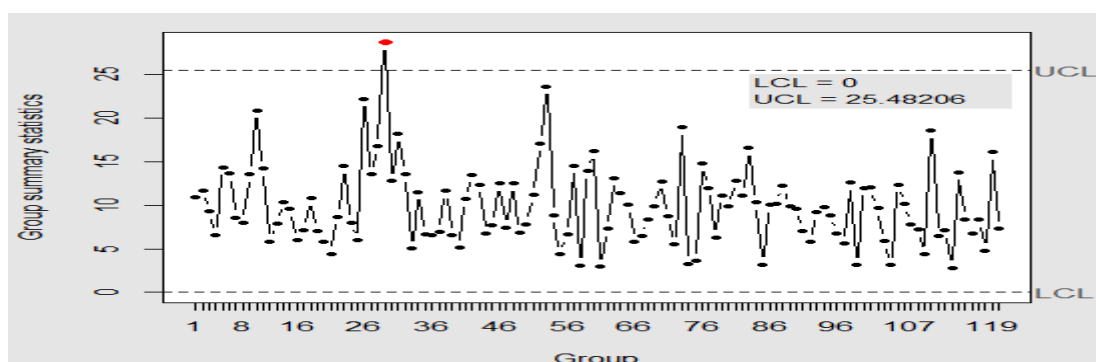
الشكل (7) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.005



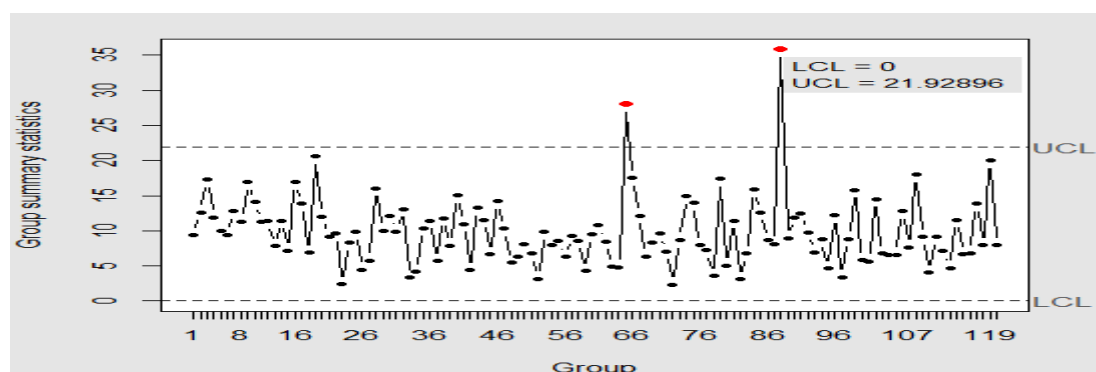
الشكل (8) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.02



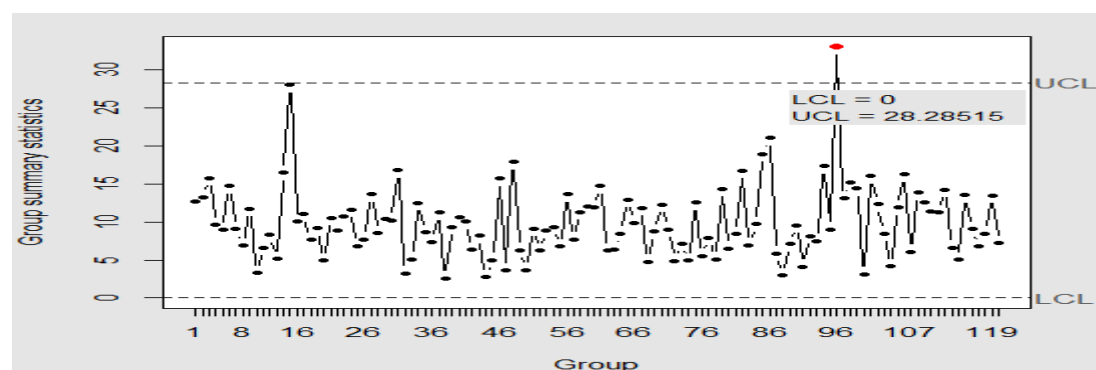
الشكل (9) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.02



الشكل (10) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.01



الشكل (11) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع الطبيعي عند مستوى المعنوية 0.01



جدول (2-3) متوسط طول المدى (ARL) الافتراضي للتوزيع (t) بدرجة حرية (100)

Distributio	Alpha	ARL	Hoteling	BOOTSTR
(Multivariate distribution) (100df)	0.001	1000	801.33	999.4
	0.002	500	334.7	497.89
	0.005	200	105.85	195.58
	0.01	100	51.96	95.21
	0.02	50	31.27	47.58

متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (195.58) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=200) ثم لوحة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية بمقدار (105.85)

عند قيمة $\alpha=0.01$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (95.21) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=100) ثم لوحة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية عند القيمة (51.96)

وعند قيمة $\alpha=0.02$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (47.58) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=50) ثم بعدها لوحة السيطرة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية بمتوسط طول المدى الافتراضي (31.27). والاشكال الاتية تبين افضلية لوحة السيطرة Bootstrap على وفق نتائج المحاكاة في جدول (2-3) للتوزيع (t) متعدد المتغيرات.

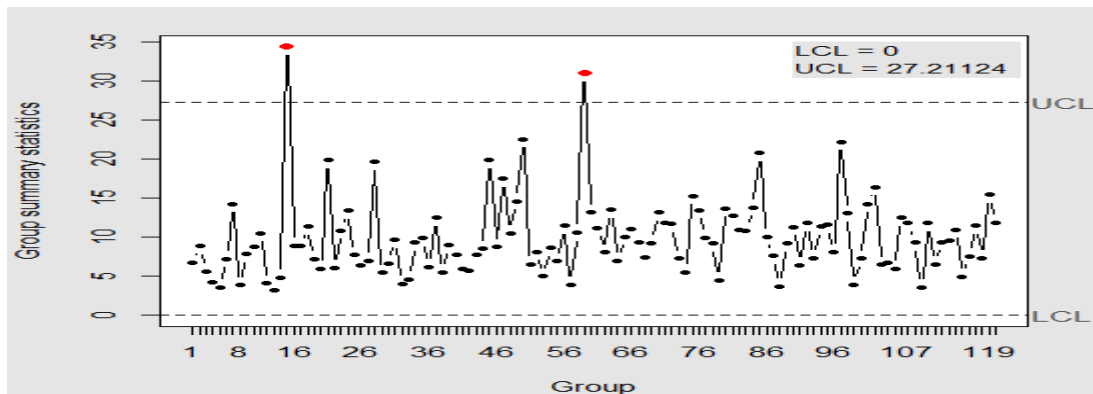
في الجدول (2-3) اعلاه يبين عند استعمال معيار متوسط طول المدى (ARL) للتوزيع (t) متعدد المتغيرات بدرجة حرية (100)

عند القيمة $\alpha=0.001$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (999.4) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=1000) ثم تأتي بعدها لوحة السيطرة Hotelling والتي اعطت قيمة لمتوسط طول المدى الافتراضية هي (801.33).

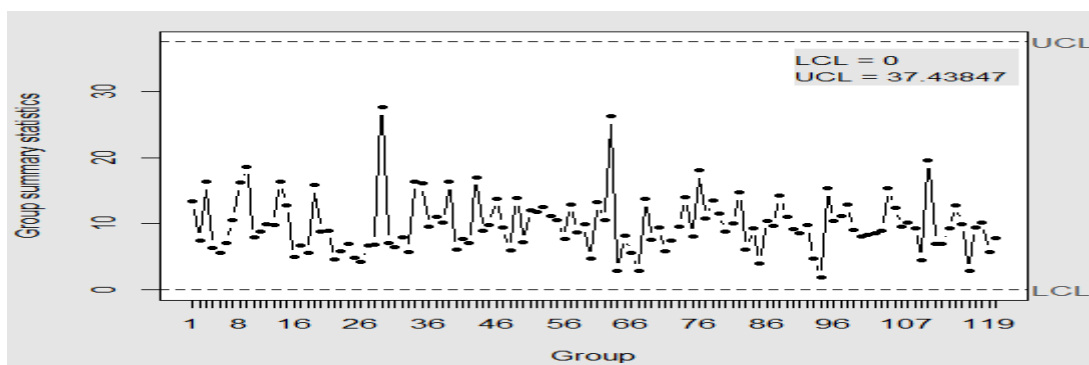
وعند قيمة $\alpha=0.002$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت قيمة متوسط طول المدى الافتراضية باستعمال هذه الطريقة هي (497.89) وهي الاقرب الى القيمة الحقيقية للمعيار متوسط طول المدى (ARL=500) ثم بعدها لوحة السيطرة Hotelling التي تقترب عن القيمة الحقيقية بقيمة افتراضية (334.7).

اما عند القيمة $\alpha=0.005$ يمكن ملاحظة ان لوحة Bootstrap هي افضل لوحة للسيطرة النوعية والتي كانت

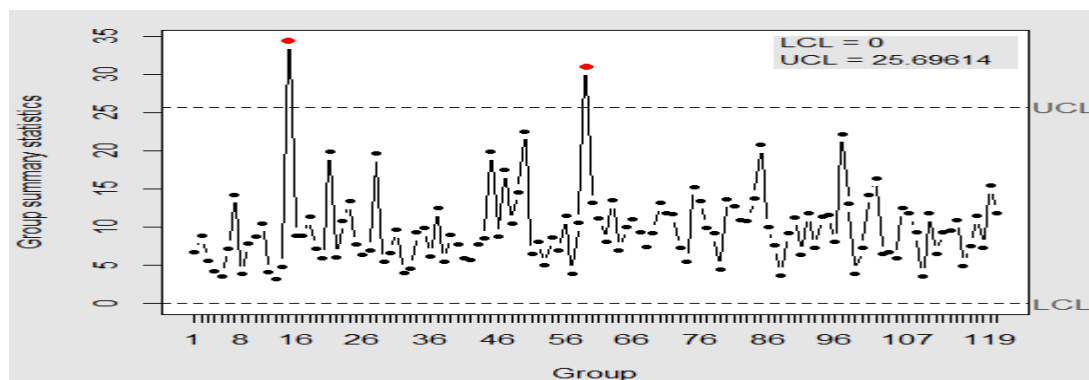
الشكل (12) لوحة السيطرة هوتنك متعددة المتغيرات للتوزيع (t) عند مستوى المعنوية 0.001



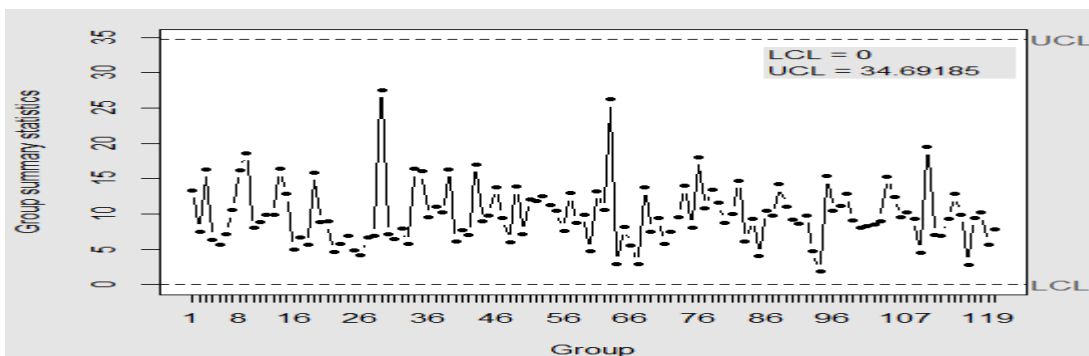
الشكل (13) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.001



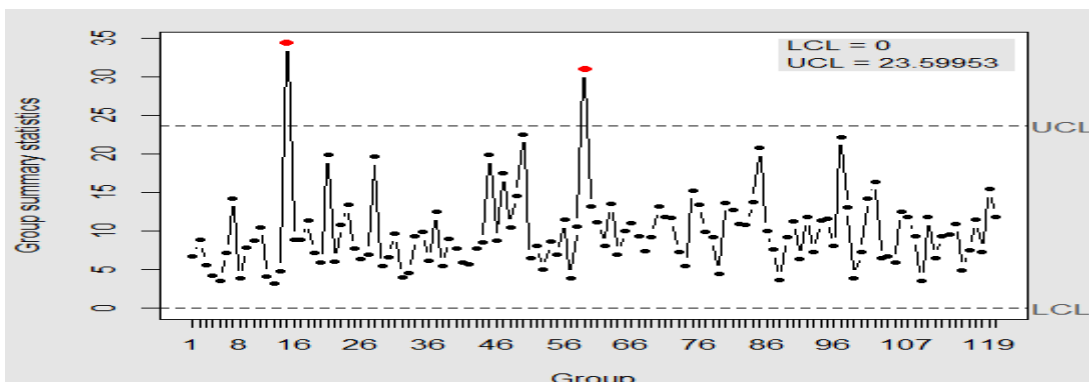
الشكل (14) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.002



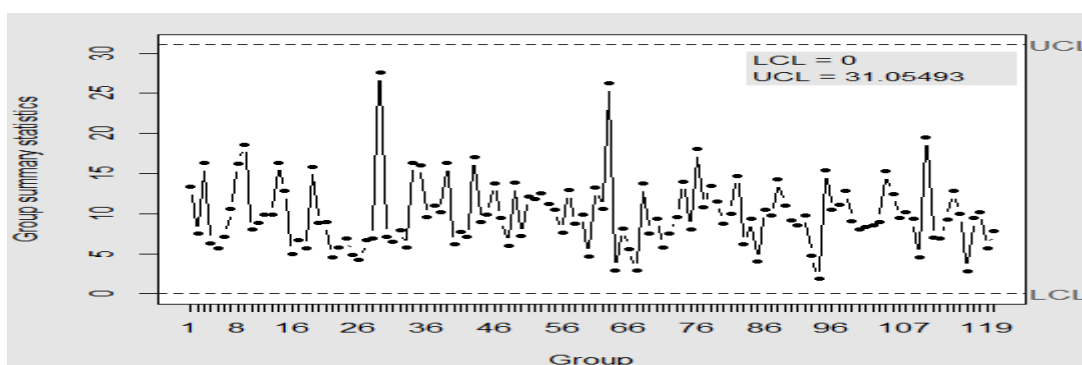
الشكل (15) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.002



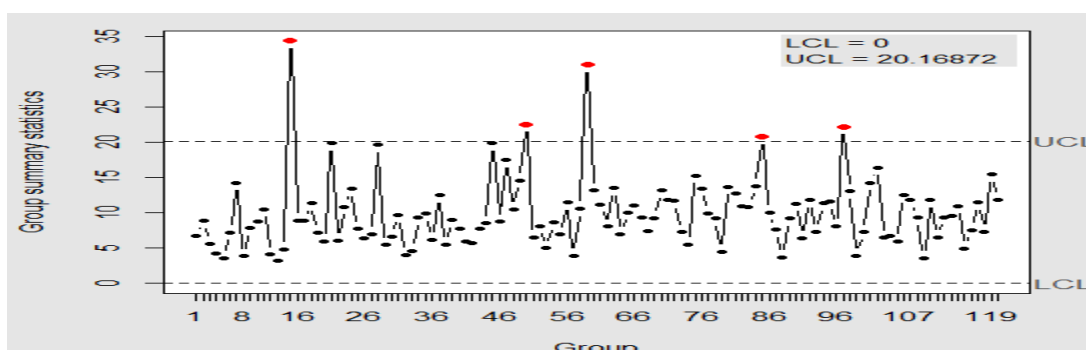
الشكل (16) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.005



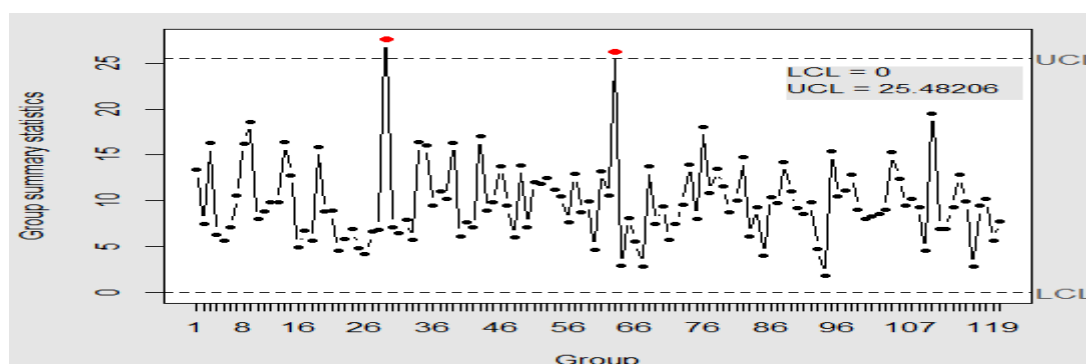
الشكل (17) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.005



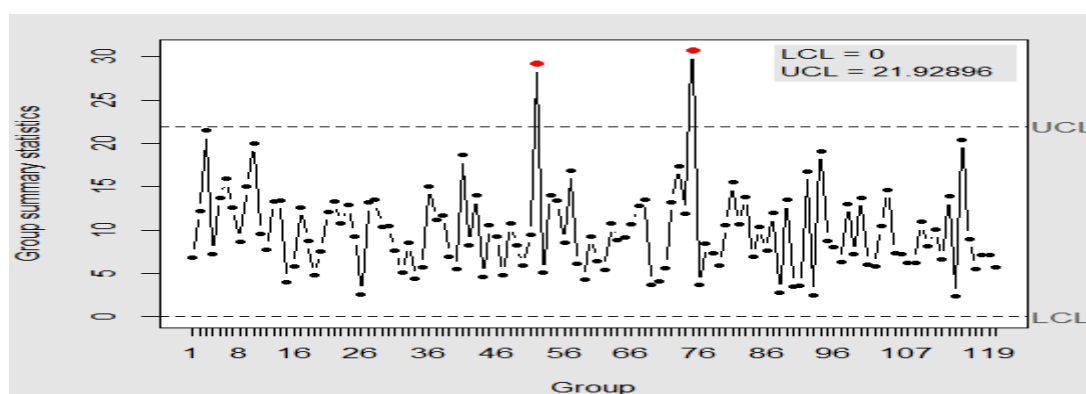
الشكل (18) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.02



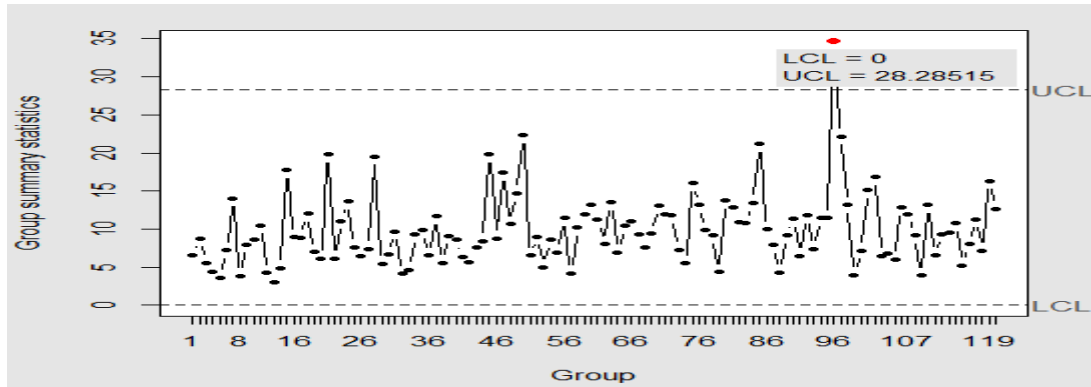
الشكل (19) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.02



الشكل (20) لوحة السيطرة هوتلنك متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.01



الشكل (21) لوحة السيطرة البوتستراب متعددة المتغيرات للتوزيع $t(100)$ عند مستوى المعنوية 0.01



المصادر

حسن، صبيحة اسماعيل .(1988). "السيطرة النوعية وعلاقتها بالامن الغذائي باستخدام طريقة التمهيد الاسي" ، رسالة ماجستير – كلية الادارة والاقتصاد ،جامعة بغداد

سليمان، أسامة ربيع.(2008). "خرائط مراقبة الجودة الاحصائية وتطبيقاتها على الحاسب الالى MINITAB"، الطبعة الاولى.

شاهين ، حمزة إسماعيل ، جاسم ، فراس منذر . (2017) . " أسلوب البوتستراب في لوحات السيطرة Hotelling T2 متعددة المتغيرات " . المجلة العلمية لجامعة جيهان – السليمانية ، العدد (3) ، المجلد (1).

Anderson,M.and Thompson, A.(2004). " Multivariate control charts for ecological and Environmental monitoring". Ecological Applications, Vol .14,No .6.

ANSI/ASQC.StandardA3.(1978)."American Society For Quality Control".Milwaukee,w1,20.Doi10.22237/jmas m/1529418622

Bersimis, S., Psarakis, S. &Panaretos, J. (2007)."Multivariate statistical process control charts: an overview", Quality & Reliability Engineering International, Vol.23,NO. 5.

Champ, C. W., Jones-Farmer, L. A., & Rigdon, S. E. (2012). "Properties of the T2 control chart when parameters are estimated". Technometrics,Vol. 47,NO.(4) .

Edopka ,I.W. and Ogbeide, E.M. (2013)." Bootstrap approach control limit for statistical quality control",International Journal of Engineering Science Invention, Volume 2 ,Issue 4.

في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات كانت قيم متوسط طول المدى الحقيقية الخاصة باللوحة السيطرة (Bootstrap) أقرب الى القيمة الافتراضية لمتوسط طول المدى وفي حين توزيع ($t(100)$) فإن قيم متوسط طول المدى الحقيقية كانت ابعد من القيمة الافتراضية

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات

1. ان استخدام اسلوب لوحة السيطرة البوتستراب لمراقبة جودة المنتج من خلال عدة متغيرات يعتبر اسلوباً بسيطاً وسهل ولا يحتاج الى عمليات معقدة في الكشف عن التغيرات في العملية الانتاجية ومن خلال استخدام المحاكاة تبين ان التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات ذي اداء يفوق التوزيع (t) متعدد المتغيرات وفق مقياس متوسط طول المدى وهذا يوضح ان اسلوب البوتستراب تعطي نتائج دقيقة وكفاءة في حالة التوزيع الطبيعي او غير الطبيعي

2. تبين من خلال نتائج المحاكاة ان الطرائق اللامعلمية افضل من الطرائق المعلمية

التوصيات

1. عدم الاعتماد على لوحات احادية المتغير لمراقبة منتج معين بل يجب تطبيق اساليب لوحات متعددة المتغيرات معلمية او اللامعلمية لكشف عن الانحرافات والتغيرات الذي تحصل في العملية الانتاجية.

2. استعمال لوحات السيطرة لامعلمية اخرى

3. تطبيق اساليب وتقنيات اخرى من لوحات السيطرة متعدد المتغيرات في كافة المجالات

- Mason, R.L. and Young, J.C.(1999). "Improving the sensitivity of the T2 statistic in multivariate process control", Journal of Quality Technology, Vol. 31, No. 2.
- Mostajeran, A., Iranpanah N., and Noorossana R. (2016)." A New Bootstrap Based Algorithm for Hotelling's T2 Multivariate Control Chart", Journal of Sciences, Islamic Republic of Iran, Vol. 27, No.(3).
- Mostajeran, A., Iranpanah N., and Noorossana R.(2018)." An Explanatory Study on the Non Parametric Multivariate T2 Control Chart", Journal of Modern Applied Statistical Methods, Vol. 17, No. 1.
- Subir G., William R. Schucany , William B. Smith .(1997). " Statistics of Quality"
- Talib, M.A., Munisamy, S. & Ahmed, S., (2014). "Retrospective Hotelling T2 Control Chart for Automotive Stamped Parts ". Journal of Science and Technology, Vol.6, NO.(1).
- ULEN, M.and DEMIR ,I.(2013). " Application of Multivariate Statistical Quality Control In Pharmaceutical Industry", BALKAN JOURNAL OF MATHEMATICS, Vol .1, journal homepage: www.balkanjm.com
- Weirda, S. J., and Steerneman, T. (1995). "Power Properties of the T2 Control Chart," International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, Vol. 2, No.(1).
- Woodall, W.H. and Montgomery, D.C. (1999). "Research issues and ideas in statistical process control", Journal of Quality Technology, Vol.31, NO. 4.
- Zou, C. and Tsung, F. (2011). "A multivariate sign EWMA control chart", Technometrics, Vol. 53, No.(1).
- Efron, B. (1979). "Bootstrap Methods", Another look at the jackknife. Ann. Statistics. 7.
- Efron, B. and Tibshirani, R.J. (1993)." An Introduction to the Bootstrap", Chapman and Hall, Boca Raton, FL. USA.
- Efron, B. (1990). "More Efficient Bootstrap Computations ", JASA, 85(409).
- Henning, E., Maia, M. T., Walter, O. M. F. C. and Konrath, A. C. (2014)." Application of hotelling's T² control chart for a machining process of the inside diameter of a steel cylinder ،"
- Horowitz, J.L. (1998)."Bootstrap Methods for Median Regression Model ". Econometrica, 66(6).
- Hotelling, H. (1947)."Multivariate Quality Control. in Techniques of Statistical Analysis", Eisen hart, C., Hastay, M.W., and Wills, W.A.(eds), McGraw-Hill, New York, NY. <https://cran.rproject.org/web/packages/kedd/vignettes/kedd.p>
- Jackson, J.E.(1959). " Quality Control Methods for Several Related Variables" ,Technometrics, Vol.1, No.4.
- Lio, Y. L. & Park, C. (2010)." A bootstrap control chart for inverse Gaussian percentiles", Journal of Statistical Computation and Simulation, (80),(3).
- Lio, Y. L., and Park ,C. (2008)." A Bootstrap Control Chart for Birnbaum–Saunders Percentiles", Quality and Reliability Engineering International, Qual. Reliab. Engng. Int(24).
- Liu, R.Y. and Tang, J. (1996). "Control Charts for Dependent and Independent Measurements Based on the Bootstrap", Journal of the American Statistical Association, Vol.91, No.436.
- Lowry, C.A., Woodall, W.H., Champ, C.W. and Rigdon, S.E. (1992). " A multivariate exponentially weighted moving average control chart", Technometrics, Vol. 34, No.(1).